الفرض الدوري الاول للثالثة علوم (ثانوية الشلالة ولاية البيض)

2018/01/23

التمرين الاول: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الاول $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$

1. أ- برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $u_n > 0$.
   ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج انها متقاربة
2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم كمايلي : $v_n = \frac{u_n}{n}$
   أثبت انّ (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول .
3. أثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n = \frac{n}{2^n}$.
4. نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x) = \ln x - x \ln 2$

التمرين الثاني : صندوق A يحوي 4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحوي على كرية واحدةحمراء و 9 سوداء مع ان كل الكريات متساوية الاحتمال

I. يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 الى 6 مرة واحدة في الهواء :
   - اذا تحصل على الرقم 1 يسحب كرة واحدة من الصندوق A .
   - إذا لم يتحصل على الرقم 1 يسحب كرة واحدة من الصندوق B .
   1. شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة
   2. نسمي R الحادثة : " الحصول على كرية حمراء " أحسب P(R) .
   3. تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين ان احتمال ان تكون من الصندوق A أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق B .
II. اللعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء I في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين الى تعدادها الاول بعد اللعبة الاولى)
   ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على x نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء.
   - نرمز بـ G إلى يمة الربح او الخسارة بعد اللعبتين .
   1. عيّن قيم G الممكنة بدلالة x
   2. أوجد قانون الاحتمال و احسب الامل الرياضياتي E(G) للمتغير العشوائي G بدلالة x
   3. ماهي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة ؟

التمرين الثالث : المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ ؛ $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g .

2- ادرس إشارة $g(x)$. (لاحظ أن g(1)=0)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$. وليكن (C) منحناها البياني .

1- بين أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x}) = f(x)$ ثم احسب $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4- أنشئ المنحنى (C) .