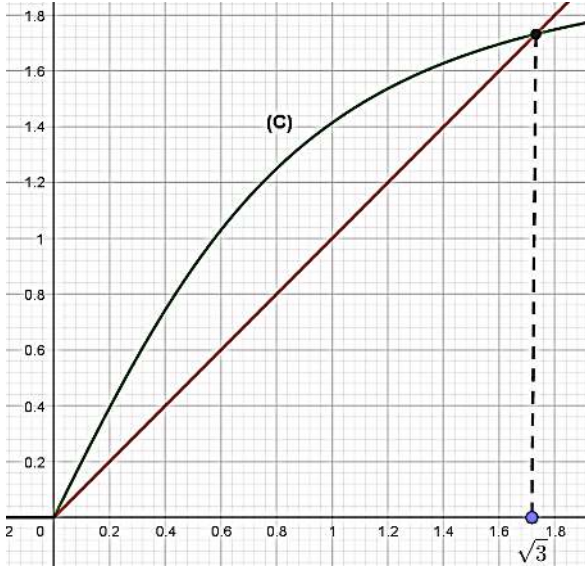


على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول



التمرين الأول (05 نقط) :

1 / الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة

على $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ والمستقيم (Δ) ذو
المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد
والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ (بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير الدالة f على $[0; +\infty[$

ب) بين أنه إذا كان $x \in [1; \sqrt{3}]$ فإن

$$f(x) \in [1; \sqrt{3}]$$

2 / نعرّف المتتالية (u_n) كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل

$$u_{n+1} = f(u_n) : n \text{ عدد طبيعي}$$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 على محور الفواصل-
دون حسابها - مبرزا خطوط التمثيل، ثم ضع تخمينا حو اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$ ، ثم استنتج اتجاه
تغير المتتالية (u_n) . ثم استنتج أن (u_n) متقاربة.

3 / نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

أ / برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب / أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج / احسب نهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني (04 نقط) :

يحتوي كيس على عشر كريات بحيث : خمس كريات حمراء تحمل على الترتيب الأرقام -1 ، -2 ، 0 ، 1 أو 2 وثلاث كريات خضراء تحمل على الترتيب الأرقام -1 ، 0 و 1 وكريتين سوداوين تحملان
على الترتيب الرقمين -1 و 0 .

1 / نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس ونفترض أن كل الكريات لها نفس احتمال
السحب.



EXA / MATH - 3 SE 2019

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس ممكنة بالعدد الحقيقي $\ln|x-y|$ ، حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملهما الكريّتان المسحوبتان من الكيس.

- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .
- أكتب قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضيائي وتباينه وانحرافه المعياري.
- 2/ نعيد التجربة ونسحب عشوائيا كريّتين من الكيس على التوالي ودون ارجاع الكرية المسحوبة.
- أ / أحسب عدد الحالات الممكنة للسحب.

ب / أحسب كلا من $P(A)$ و $P(B)$ حيث:
 A "الكريّتان المسحوبتان لوناهما مختلفان".
 B "الكريّتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما".

التمرين الثالث (04 نقط):

حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركّب z الآتية:
 $(z-4)(z^2-2z+4)=0$

المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
 نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 4$ ، $z_B = 1+i\sqrt{3}$ و $z_C = 1-i\sqrt{3}$.

أ / أكتب العدد المركّب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب / عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ج / عيّن طبيعة الرباعي $ABDC$

د / بيّن أنّ العدد: $L = \left(\frac{z_C}{2}\right)^{1440} - \left(\frac{z_B}{2}\right)^{2019}$ حقيقي.

3 / لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg(z+4i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3} + k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

• تحقق أنّ النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

• عيّن المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع (07 نقط):

نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)e^x + 1$

(1) أدرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

(2) نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x-2)e^x + x - 2$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنجز جدول تغيراتها.

ب) بين أن: $y = x - 2$ معادلة ديكرتية لـ (D) المستقيم المقارب المائل لـ (C) بجوار $-\infty$.

ج) أدرس الوضعية النسبية لـ (C) و (D) .

د) بين أن: (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب حساب إحداثيتها.

هـ) عين إحداثيتي النقطة C التي يكون (T) مماس (C) فيها موازيا للمستقيم (D) ، ثم بين أن من أجل كل عدد

حقيقي x : (C) يقع أعلى من (T) .

و) أرسم (D) و (T) ثم أنشئ (C) .

(3) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$.



التمرين الأول: (05 نقط):

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

كما هو موضح في الشكل (1) . وليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

$$(1) \quad (U_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي: } \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

(ا) مثل الحدود U_0, U_1, U_2, U_3 على محور الفواصل مبرزاً خطوط الإنشاء.

(ب) خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (U_n) .

(ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n > 1$.

(د) بين ان (U_n) متقاربة .

$$(2) \quad (ا) \text{ اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي } n \text{ فان: } U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$$

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n - 1 \leq (\frac{1}{2})^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

$$(3) \text{ لتكن } (V_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي: } V_n = \frac{U_n - 1}{2U_n - 1}$$

(ا) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

$$(ب) \text{ احسب المجموع } S_n \text{ بدلالة } n \text{ حيث: } S_n = \frac{V_0 - 1}{U_0} + \frac{V_1 - 1}{U_1} + \frac{V_2 - 1}{U_2} + \dots + \frac{V_n - 1}{U_n}$$

التمرين الثاني: (04 نقط):

كيس يحتوي على كرتين بيضاء مرقمة بـ : 2, 3 وثلاث كرات حمراء مرقمة بـ : 1, 3, 3 وأربع كرات سوداء مرقمة بـ : 2, 2, 3, 3

(1) نسحب في آن واحد كرتين من الكيس .

(a) احسب احتمال وقوع الحوادث التالية:

A : ظهور كرتين من لونين مختلفين

B : ظهور رقمين فرديين على الأكثر

C : ظهور عددين مجموع رقميهما عدد أولي

(b) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين .

- عين قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي و الامل الرياضياتي ثم الانحراف المعياري.

(2) نعتبر الكيس الأول و كيس آخر يحوي كرتين بياضوين مرقمة بـ : 1, 1 و كرتين حمراوين مرقمة بـ : 1, 3 و كرتين سوداوين مرقمة بـ : 2, 2

نرمي حجر نرد مرقم من 1 الى 6 مرة واحدة فعند ظهور عدد فردي نسحب كرة من الكيس الاول و عند ظهور عدد زوجي نسحب كرة من الكيس الثاني .

- بين أن احتمال ظهور كرة بيضاء هو : $p(B') = \frac{5}{18}$

- علما ان الكرة المسحوبة بيضاء ، ما هو احتمال أن تكون من الكيس الثاني ؟

التمرين الثالث: (04 نقط).

$$(1) \begin{cases} iz_2 + 2z_1 = 1 + 9i \\ 2z_2 + iz_1 = -2 + 8i \end{cases} : \text{حيث } z_2 \text{ و } z_1$$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحتقاتها $z_A = 1 + 3i$ ، $z_B = 2 + 4i$ و $z_C = 1 + z_A$.

(γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يتغير في $\mathbb{R}^+$.

(ا) عين عمدة للعدد المركب $z_B - z_A$ وفسر النتيجة هندسيا .

(ب) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (γ) ثم عين بدقة المجموعة (γ) .

(3) نعتبر التحويل النقطي h الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z الى النقطة M' ذات اللاحقة z'

$$\text{و المعروف بـ: } z' - z = 3(z_G - z)$$

(ا) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

(ب) بين أن h تحاكي يطلب تعيين عبارته المركبة و عناصره المميزة .

(ج) تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة H منتصف القطعة $[AB]$ بالتحاكي h .

التمرين الرابع: (07 نقط).

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = -x - \ln x$.

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; +\infty[$ ثم تحقق أن: $0.56 < \alpha < 0.57$.

(3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]0; +\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \frac{-1 + (x-1)\ln x}{x}$.

نسمي (e_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(2) بين أن : من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات

الدالة f .

(3) أ) بين أن : $f(\alpha) = 1 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$ ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

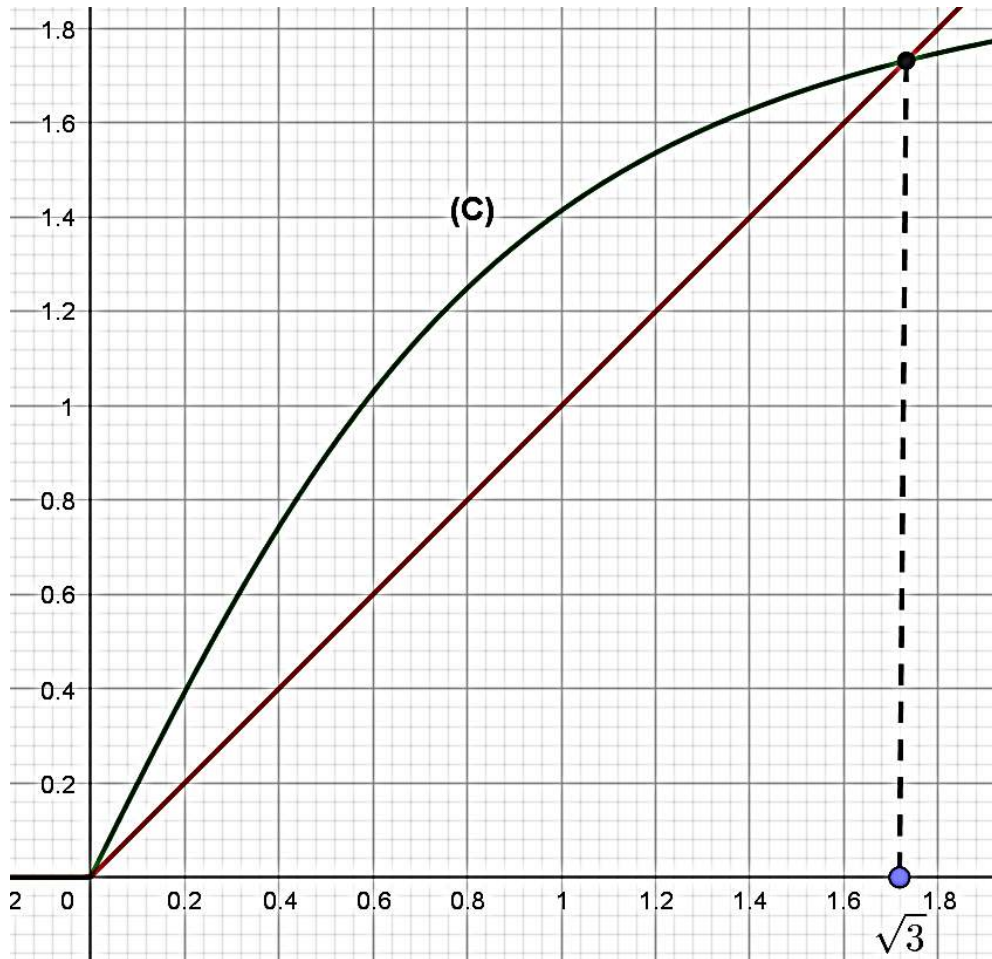
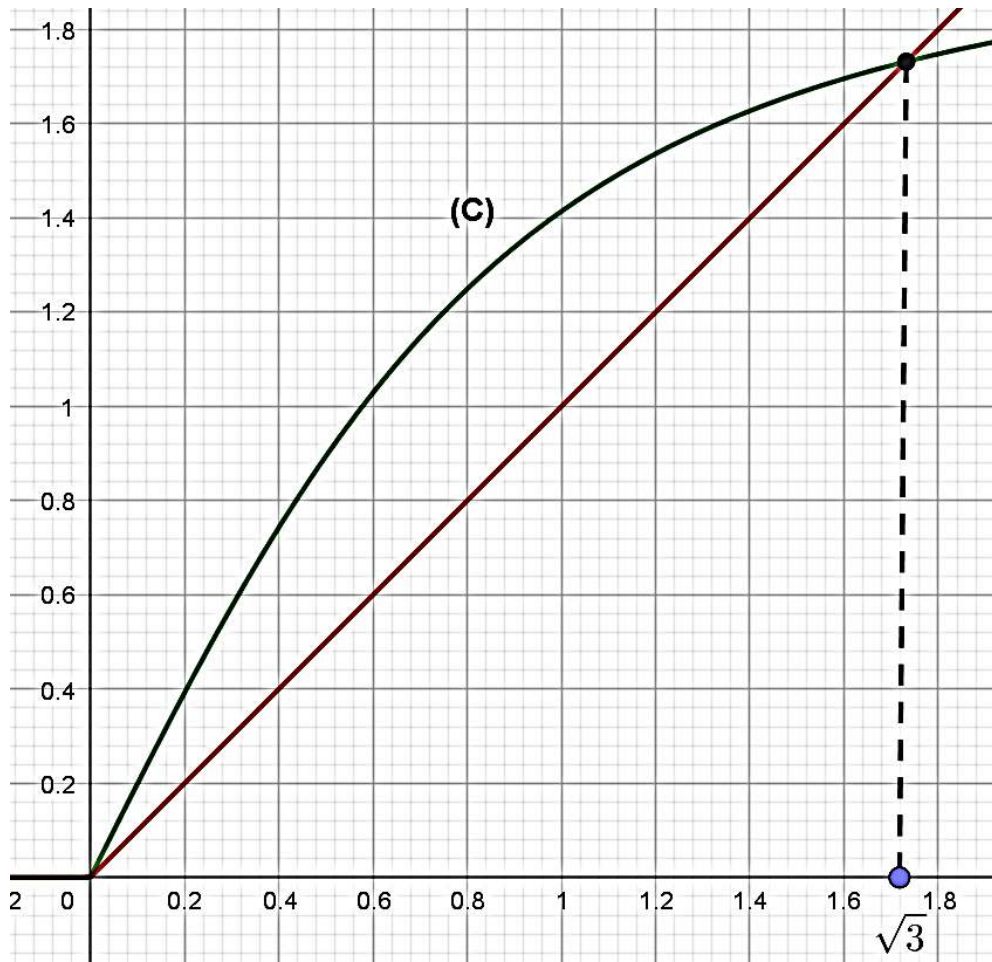
(ب) (γ) هو المنحني الممثل للدالة $\ln$ في المعلم السابق . أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$ ، فسر النتيجة بيانيا

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني (e_f) بالنسبة إلى (γ) .

(ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (e_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(د) أحسب $f(2)$ و $f(e)$ ثم أنشئ (T) ، (γ) و (e_f) .



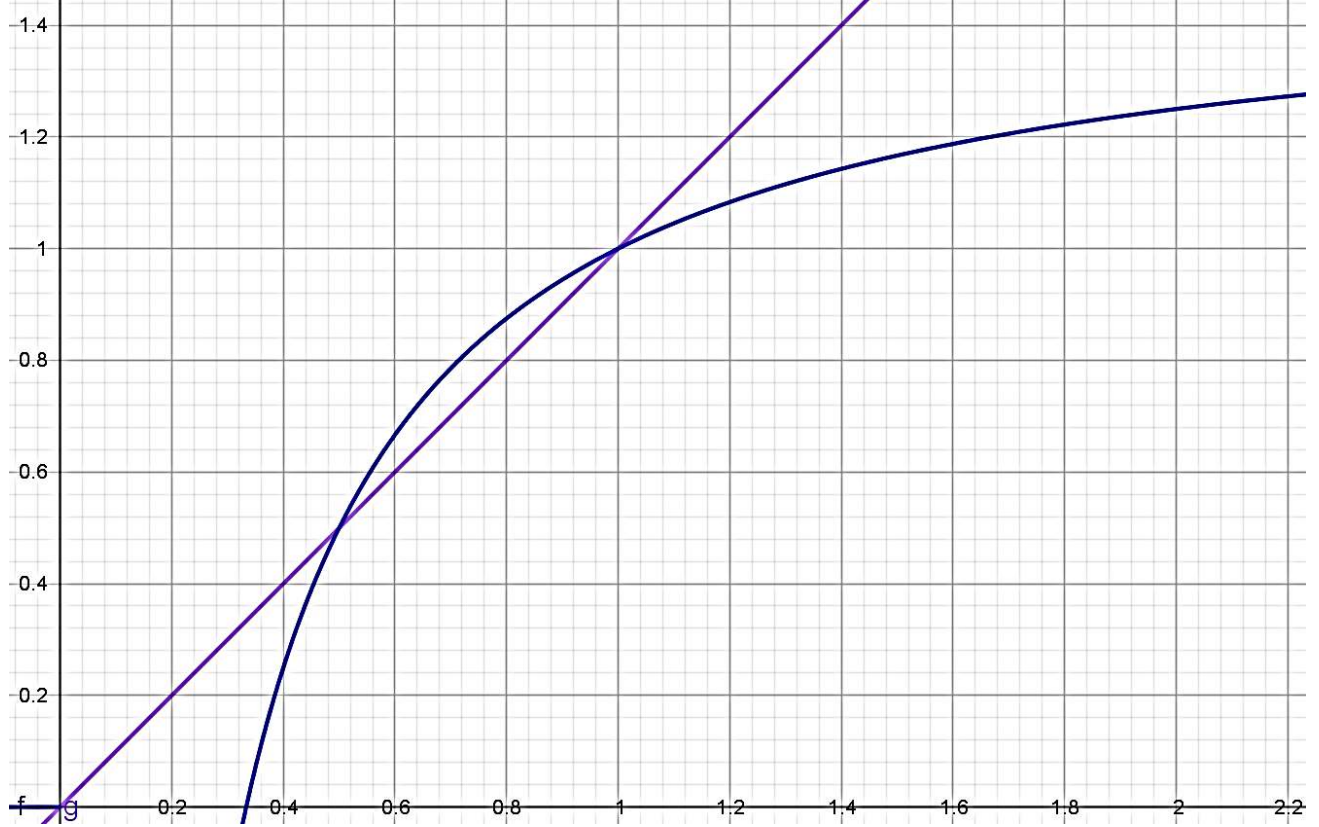




الموضوع الثاني

الاسم و اللقب :

الوثيقة المرفقة:



الموضوع الثاني

الاسم و اللقب :

الوثيقة المرفقة:

