اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: ثالثةُ علوم تجريبيةُ **المدةُ:** 3 ساعات

التمرين الأول : (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1\ ,\ 4]$ بـ : $f(x)=\dfrac{x+4}{6-x}$.

1. (ا) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[1\ ,\ 4]$.

(ب) بيّن أنه من أجل كل $x\in[1\ ,\ 4]$ فإن : $f(x)\in[1\ ,\ 4]$.

2. (U_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ $U_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

(ا) برهن بالتراجع أنـه من أجل كل عـدد طبيعي n يكون : $1\leq U_n\leq 4$.

(ب) ادرس اتجـا تغيـر المتتاليـة (U_n)، استنتج أنها متقاربة ، ثم احسب نهايتها .

3. من أجل كـل عـدد طبيعي n نضع : $V_n=\dfrac{U_n-1}{4-U_n}$

(ا) أثبـت أن المتتاليـة (V_n) هندسية ، عيـن أساسها وحـدها الأول .

(ب) اكتب بدلالة n كلا من عبارة V_n و U_n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$ من جديد .

(ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{4-U_0}+\dfrac{1}{4-U_1}+\ldots\ldots+\dfrac{1}{4-U_n}$.

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x+3+4e^{2x-1}$

$(\mathbf{C_g})$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i}\ \vec{j}\right)$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1. ادرس اشارة الفرق $f(x)-x-3$

2. أحسب $I(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathbf{C_g})$ والمستقيمات ذات المعادلات : $y=x+3$ و $x=0$ و $x=\alpha$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما .

3. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $u_n=I(n)+2e^{-1}$

حيث : $I(n)=I(\alpha)$ من أجل $\alpha=n$

(ا) بيّن أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) احسب بدلالة n المجموع Y_n حيث :

$$Y_n=\int_0^1 4e^{2x-1}dx+\int_0^2 4e^{2x-1}dx+\ldots\ldots+\int_0^n 4e^{2x-1}dx$$

التمرين الثالث : (10 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x) = x^2 + 2 - \ln(x^2)$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن لدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x) = x + 1 + \dfrac{\ln(x^2)}{x}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ حيث $\| \vec{i} \| = 1cm$ ||

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
2. (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل $(\triangle)$ يطلب تعيين معادلة له .
   (ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم $(\triangle)$.
3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
4. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
5. (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمستقيم $(\triangle)$ في نقطتين يطلب تعيينهما .
   (ب) اكتب معادلة لكل من المماسين (T_1) و (T_2) .
6. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f(-x) + f(x) = 2$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
7. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما -1 والآخر α حيث : $0.6 < \alpha < 0\ 62$.
8. أرسم كلا من : (Δ) ، (T_1) و (T_2) و المنحنى (C_f) .
9. m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $\dfrac{\ln(x^2)}{x} = m - 1$.
10. (ا) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذوا المعادلتين : $x = \alpha$ و $x = 1$. (α العدد الحقيقي المعرف في السؤال 7) .
    (ب) بيّن أنّ : $A(\alpha) = \dfrac{(\alpha^2 + \alpha)^2}{4}$