

الفرض الأول للمتلدين الأول في مادة الرياضيات

نص التمرين :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

(2) أ- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = x - \frac{x}{(x-1)^2}$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ج- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(4) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثم أكتب معادلة للمماس (T) .

(5) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

(6) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(7) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

(8) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $h(x) = \frac{|x^3 - 2x^2|}{(x-1)^2}$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .

إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f) ثم أنشئه .

(9) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0[\cup]0; 1[\cup]1; +\infty[$ كما يلي : $k(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

أدرس تغيرات الدالة k ثم شكّل جدول تغيراتها . (لا يطلب حساب $k(x)$ بدلالة x)