

جانفي 2021

المستوى: الثالث علوم تجريبية

المدة: 2 سا

الفرض الثاني في مادة الرياضيات للفصل الأول

التمرين الأول :

1- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x + x + 2$

(1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) اثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن $-2.2 \leq \alpha \leq -2.1$

(4) حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعرف الدالة f على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1 - xe^x}{e^x + 1}$ و (c_f) منحناها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) ا- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) ا- اثبت انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -\frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) ا- اثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x$ مستقيم مقارب لـ (c_f)

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (c_f) و المستقيم (Δ) .

(4) اثبت أن $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$, ثم استنتج حصر لـ $f(\alpha)$.

(5) اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث: $0.5 \leq \beta \leq 0.6$

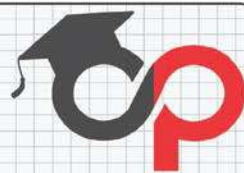
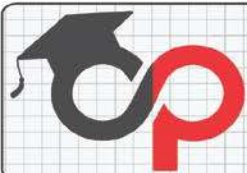
(6) ارسم (c_f) و (Δ)

(7) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(x + m)e^x + m - 1 = 0$

III لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = [f(x)]^2$

- ادرس تغيرات الدالة h .

بالتوفيق



$$lmg(x) = +\infty, \quad lmg(x) = -\infty \quad -||$$

$x \longrightarrow +\infty \qquad \qquad \qquad x \longrightarrow -\infty$

(2) من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x) = e^x + 1$, الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

- جدول التغيرات

(3) مبرهنة القيم المتوسطة

(4) إشارة $g(x)$:

$$lmf(x) = 1 \quad (1.||) \quad \text{المنحنى } (c_f) \text{ يقبل مستقيم مقارب معادلته } y = 1 \text{ بجوار } -\infty$$

$x \longrightarrow -\infty$

$$lmf(x) = -\infty$$

$x \longrightarrow +\infty$

(2) ا- عبارة $f'(x)$

ب- الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty, \alpha]$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha, +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

(3) ا- المنحنى (c_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x$ بجوار $(+\infty)$

ب- لما $x \in]-\infty, -1]$ (c_f) يقع تحت (Δ)

لما $x \in]-1, +\infty[$ (c_f) يقع فوق (Δ) .

لما $x = -1$: $(c_f) \cap (\Delta) = \{a(-1,1)\}$.

(4) اثبات أن $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$, $1,1 < f(\alpha) < 1,2$

(5) رسم (c_f) و (Δ)

$$f(x) = m \quad (6)$$

لما $m \in]-\infty, 1]$ يوجد حل وحيد

لما $m \in]1, f(\alpha)[$ يوجد حلان سالبان

لما $m = f(\alpha)$ يوجد حل مضاعف هو α

لما $m \in]f(\alpha), +\infty[$ لا يوجد حلول

$$\lim_{x \longrightarrow +\infty} h(x) = +\infty \quad \lim_{x \longrightarrow -\infty} h(x) = 1 \quad (III)$$

$$h'(x) = 2f'(x).f(x)$$

الدالة h متزايدة تماماً على المجالين $]-\infty, \alpha]$ و $[\beta, +\infty[$ و متناقصة تماماً على المجال $[\alpha, \beta]$