



جانفي 2022

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

المدة : ساعتين.

الفرض في مادة الرياضيات

التمرين 1

نعتبر المعادلة التفاضلية : (E) .....  $y' - 2y = x e^x$

$g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $g(x) = (ax + b)e^x$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي

(1) عين العددين  $a$  و  $b$  حتى تكون  $g$  حلا للمعادلة (E)

(2) عين مجموعة حلول المعادلة (E') .....  $y' - 2y = 0$

(3) بين ان تكون الدالة  $f$  حلا للمعادلة (E') إذا و فقط إذا كانت  $g + f$  حلا للمعادلة (E)

(4) استنتج جميع حلول المعادلة (E)

(5) عين الحل الخاص للمعادلة (E) الذي ينعدم عند 0

التمرين 2

الجزء الأول :  $g$  دالة عددية معرفة على  $]0; +\infty[$  ب :  $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $0,75 < \alpha < 0,76$ .

(3) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب :  $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

نسَمي  $(C_f)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

ب) بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = -x + 1$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ ، ثمّ أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

2) أ) أثبت أنّه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ .

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$  و شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلة له.

ب) أثبت أنّ:  $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$  و استنتج حصر الـ  $f(\alpha)$ .

ج) أحسب  $f(2)$  و  $f(3)$  ثمّ أرسم المستقيمين  $(\Delta)$ ،  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$  في المعلم السّابق.

4) ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة:  $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m$ .

بالتوفيق.