

التمرين:

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 2$

و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2u_n}$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أن (u_n) متقاربة .

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$

أ/ أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب اعطاء أساسها و حدها الأول v_0 .

ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n ، احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(5) احسب بدلالة n المجموع: $S = u_0(v_0 - 1) + u_1(v_1 - 1) + \dots + u_n(v_n - 1)$

واجب منزلي:

(أ) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, 2]$ ب: $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0, 2]$.

(ب) (u_n) متتالية معرفة ب: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$

ب/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها .

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

ب/ استنتج أن من أجل كل n : $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$ مرة ثانية.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n < S_n \leq \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$

التمرين:

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 2$

و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2u_n}$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أن (u_n) متقاربة .

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$

أ/ أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب اعطاء أساسها و حدها الأول v_0 .

ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n ، احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(5) احسب بدلالة n المجموع: $S = u_0(v_0 - 1) + u_1(v_1 - 1) + \dots + u_n(v_n - 1)$

واجب منزلي:

(أ) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, 2]$ ب: $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0, 2]$.

(ب) (u_n) متتالية معرفة ب: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$

ب/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها .

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$

ب/ استنتج أن من أجل كل n : $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$ مرة ثانية.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n < S_n \leq \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$