



فيفري 2023

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

المدة : ساعتين.

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين 1 (8 ن)

f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (الشكل في الوثيقة المرفقة)

• ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$

(I) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{6u_n + 5}{u_n + 2} \end{cases}$$

(1) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الانشاء) .

(2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(3) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 5$

(4) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟

(II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$

(I) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

(ب) اكتب عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \dots + \frac{1}{u_n+1}$

التمرين 2 (6 ن)

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{9u_n - 49}{u_n - 5} \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ :}$$

(1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 7$

(2) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{u_n - 7}$. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب

تعيين أساسها و حدها الأول .

(3) اكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

(4) احسب المجموعين S و S' بدلالة n : $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$S' = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$$

التمرين 3 (6 ن)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث : $\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_5 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases}$

(1) عين الأساس المتتالية q و الحد الأول u_0 .

(2) اكتب u_n بدلالة n .

(3) احسب S_n بدلالة n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

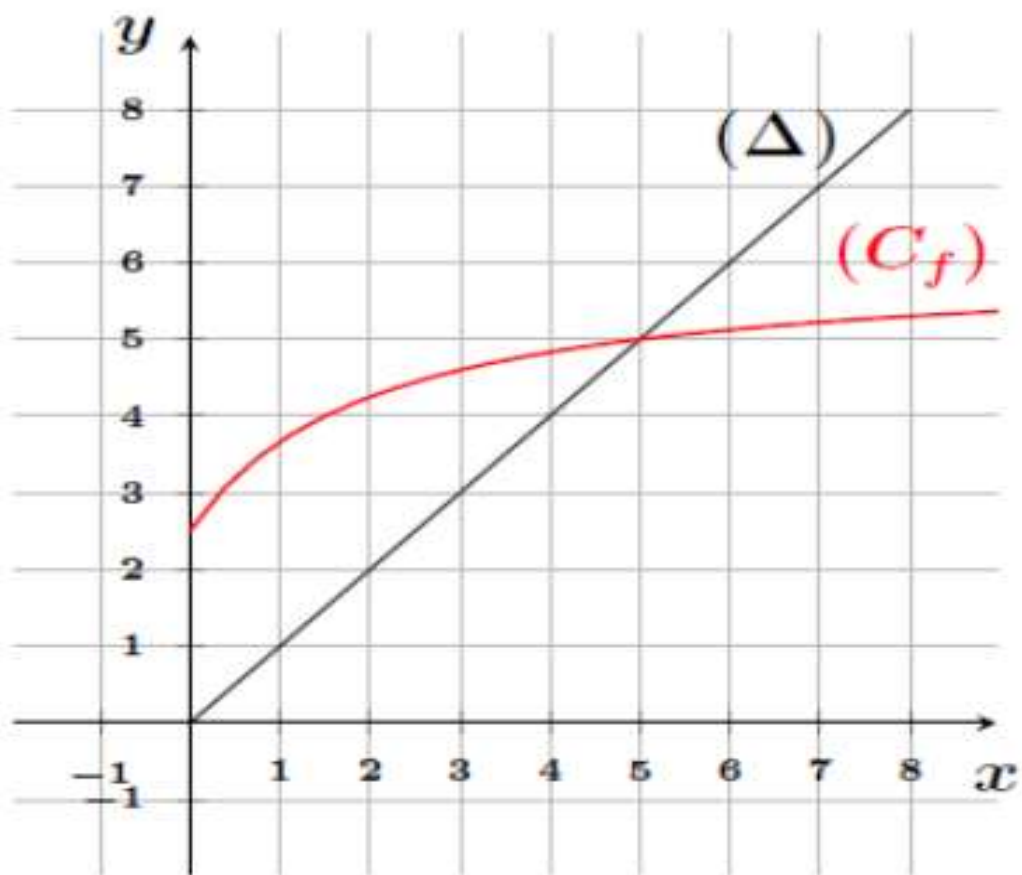
(4) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

(5) نضع : $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

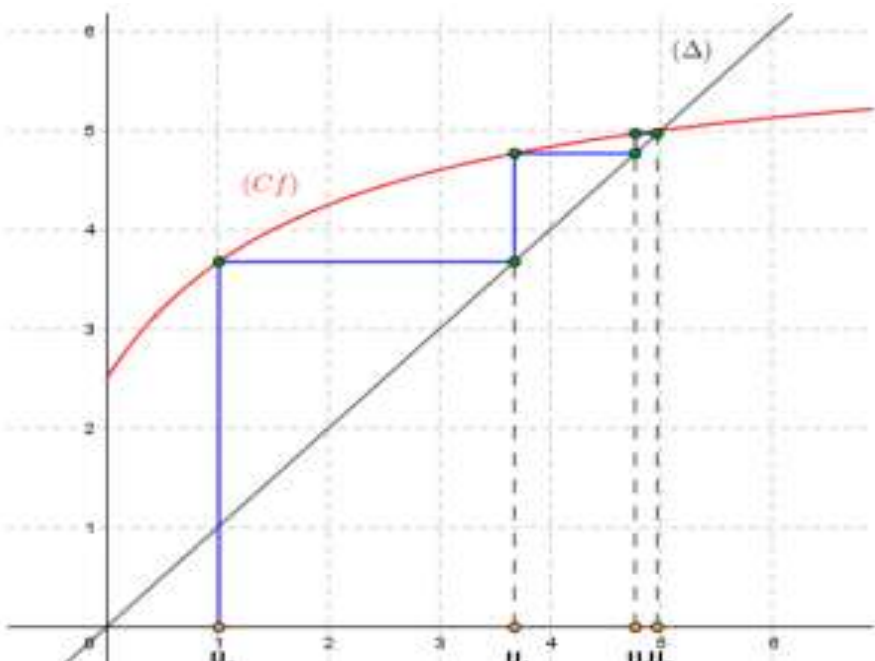
عين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n'^2 = 2^{30}$

بالتوفيق.



- الوثيقة المرفقة -

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين
	(1) تمثيل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3  (2) التخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها. (u_n) متتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ و متقاربة. (3) البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : 1 \leq u_n \leq 5$ (4) اتجاه تغير المتتالية (u_n) لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{-n^2 + 4u_n + 5}{u_n + 2} > 0$ إذن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. • بما أن (u_n) محدودة من الأعلى بالعدد 5 و متزايدة تماما إذن نستنتج أنها متقاربة. (II) ا) نبين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول لدينا $v_{n+1} = \frac{1}{7} v_n$ و منه (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{7}$ و حدها الأول $v_0 = -2$ (ب) كتابة v_n بدلالة n، ثم استنتاج u_n بدلالة n.	التمرين 1

	$v_n = -2\left(\frac{1}{7}\right)^n$ $u_n = \frac{-v_n - 5}{v_n - 1} = \frac{2\left(\frac{1}{7}\right)^{n-5}}{-2\left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}}$ (3) حساب بدلالة n المجموع S_n $S_n = \frac{1}{6}\left[n+1+\frac{7}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{7}\right)^{n+1}\right)\right]$	
التمرين 2	(1) البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n \neq 7$ (2) نبين أن (v_n) متتالية حسابية . $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$ و منه (v_n) حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0 = \frac{1}{3}$ (3) كتابة v_n بدلالة n ، ثم استنتاج u_n بدلالة n . $v_n = \frac{1}{2}n + \frac{1}{3}$ $u_n = \frac{7v_n + 1}{v_n} = \frac{\frac{7}{2}n + \frac{10}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}n}$ (4) حساب المجموعين S' و S بدلالة n $S = \frac{n+1}{2} \left(\frac{1}{2}n + \frac{2}{3} \right)$ $S' = (n+1) + 7S = (n+1) \left(\frac{7}{4}n + \frac{10}{3} \right)$	
التمرين 3	(1) تعيين الأساس المتتالية q و الحد الأول u_0 $q = e^{-2} ; u_0 = 1$ (2) كتابة u_n بدلالة n . $u_n = e^{-2n}$ (3) حساب S_n بدلالة n $S_n = \frac{1}{1-e^{-2}}(1+e^{-2n})$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{1-e^{-2}}$ (4) (v_n) متتالية حسابية يطلب أساسها $r = -4$ و حدها الأول $v_0 = -2$ (5) تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n' = 2^{30}$ $S_n' = -2(n+1)^2$ لدينا $n = 2^7 - 1 = 127$ إذن	

--	--	--