

التمرين الأول :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$\begin{cases} u_0 = 11 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n - 2} + 2 \end{cases}$$

(1) أ- بإستعمال المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) والمعرفة بالعلاقة

$$f(x) = \sqrt{x - 2} + 2 \quad \text{والمعرف بالحدود } y = x \text{ مثل } u_0, u_1, u_2, u_3$$

على محور الفواصل (دون حساب الحدود موضحا خطوط الإنشاء) ، تعاد الوثيقة الرسم

ب- ماهو تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) ؟؟؟

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 \leq u_n \leq 11$

(3) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n - 2}(1 - \sqrt{u_n - 2})$

(4) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة

(5) إستنتج مما سبق أن المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها .

التمرين الثاني :

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 - 1 - 2 \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$ ، وليكن (C_f)

المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

(2) برهن أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (إرشاد : ضع $t = \sqrt{x}$) ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$

ب- إستنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

(4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل ل (C_f) عند $+\infty$

ب- أدرس الوضع النسبي ل (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) أرسم (Δ) والمنحنى (C_f) .

الإسم :

اللقب :

ملاحظة : تعاد مع ورقة الإجابة

