الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

**الأستاذ:** خياط حسن بن عبد العزيز — **المدة:** ساعتان

**التاريخ:** الاثنين 05 فيفري 2018م — **المستوى:** الثالثة ثانوي علوم تجريبية

مؤسسة الشيخ الحاج عمر بن الحاج مسعود

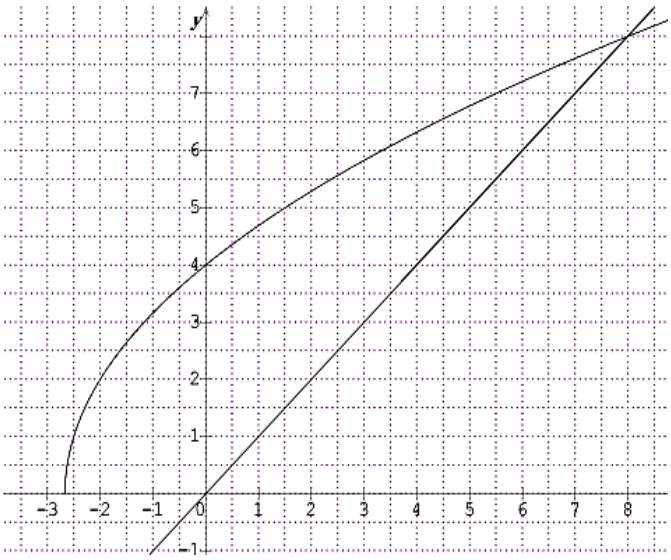
**الفرض المحروس الثاني في مادة : الرياضيات**

## التمرين الأول:(06,5 ن).

$(u_n)$ متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ ،و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$.

1) $h$ الدالة المعرفة على المجال $\left]-\frac{8}{3}\ ;\ +\infty\right[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس و $(\Delta)$ المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x$

" الشكل المقابل"




أ/ أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ ( دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).

ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب $(u_n)$.

2) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0 \leq u_n < 8$.

ب) حدد اتجاه تغير $(u_n)$.

ج) استنتج أن $(u_n)$ متقاربة ، ثم احسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$

.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$ مرة أخرى

## التمرين الثاني: (06,5ن).

$(u_n)$ متتالية معرفة بحدها الأول $u_1 = \frac{1}{a}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ : $u_{n+1} = \frac{n+1}{an}u_n$.

" $a$ عدد حقيقي موجب أكبر من أويساوي 2"

**1)** أ/ بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم: $u_n > 0$.

ب/ بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

**2)** نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم بـ: $v_n = \frac{1}{an}u_n$ .

أ/ بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ ، يطلب تعيين حدها الأول بدلالة $a$.

ب/ أكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $a$ و $n$ ثم احسب: $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$



3as.ency-education.com

**3)** أ/ أحسب بدلالة $a$ و $n$ المجموع: $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \cdots + \frac{1}{n}u_n$.

ب/ عين قيمة $a$ حتى تكون: $\lim\limits_{x \to +\infty} S_n = \frac{1}{2016}$

**التمرين الثالث: (07 ن).**

**1-** يحتوي صندوق $U_1$ على 6 كرات سوداء تحمل الأرقام 1 , 2 , 2 , 3 , 3 , 3 و 6 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2 , 2 , 2 , 3 ، كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس.
نسحب من الصندوق كريتين في آن واحد.
أ/ أحسب عدد الحالات الممكنة.
ب/ أحسب الاحتمالات التالية:
1) سحب كرتين من لونين مختلفين.
2) سحب كرتين تحملان نفس الرقم.
3) سحب كرتين تحملان الرقم 1 و بلونين مختلفين.
4) سحب كرتين تحملان نفس الرقم و مختلفتين في اللون.

**2-** n عدد طبيعي.
يحتوي الصندوق $U_2$ على 5 كرات تحمل الأرقام $n$ , $n$ , $n+1$ , $n+1$ , $n+1$.
و 5 كرات أخرى تحمل الأرقام $2n$ , $2n+1$ , $2n+2$ , $2n+2$ , $2n+2$
كل الكرات لا نفرق بينها عند اللمس.
نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.
أ/ حدد حسب قيم n احتمال سحب كرتين تحملان رقمين فرديين.
ب/ نعتبر من أجل $n = 1$ ، المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب الرقم الأكبر عند ظهور رقميين زوجيين في الكرتين المسحوبتين ، الرقم الأصغر عند ظهور رقمين فرديين في الكرتين المسحوبتين ، الرقم 1- عند ضهور رقم فردي و آخر زوجي في الكرتين المسحوبتين.
- حدد قيم المتغير العشوائي X ، ثم أوجد قانون احتماله.

**3-** نعتبر أن التجربتين و قعتا في وقت واحد " سحب كرتين في آن واحد من الصندوق $U_2$ و كرتين في أن واحد من الصندوق $U_2$"
أ/ أحسب عدد الحالات الممكنة.
ب/ أحسب في حالة n زوجي ، عدد حالات السحب الممكنة لظهور أرقام فردية في كل الكرات المسحوبة.

" بالتوفيق للجميع"



3as.ency-education.com