الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية و التعليم الخاصة
أوبينيا تر
ابتدائي متوسط ثانوي اقامة
رقم الهاتف: 0550 47 22 35 / 023 71 54 63 فاكس: 023 71 54 67
Email: saitameur3@gmail.com

المستوى:الثالثة تسيير و اقتصاد **فيفري 2022**

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات **المدة : ساعتين.**

التمرين

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب نهايات f عند ∞ - و ∞ +.

2) أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = \frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة 0.

4) ا) بين ان (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار ∞ +.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5) بين أن النقطة $\Omega\ (0\ ;\ 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.77 < \alpha < -2.76$.

7) ارسم (Δ) و (C_f).

بالتوفيق.

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل	العلامة
التمرين	1) حسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x-1+\frac{4}{e^x+1} = +\infty$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x-1+\frac{4}{e^x+1} = -\infty$ 2) أ) نبين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = \frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$ $f'(x) = 1-\frac{4e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{(e^x+1)^2-4e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$ ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها. بما أن $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ جدول التغيرات x | $-\infty$ | $+\infty$ $f'(x)$ | 0 $f(x)$ | $-\infty$ ↗ $+\infty$ 3) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة 0. $y=0$ 4) ا) نبين ان (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) $-\infty$ و $+\infty$.	

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{e^x+1}=0$$

ب) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

$$f(x)\text{-}y=x-1+\frac{4}{e^x+1}-(x-1)=\frac{4}{e^x+1}>0$$

ومنه (C_f) فوق (Δ)

5) نبين أن النقطة $\Omega\ (0\ ;\ 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

$$f\left(2\times0-x\right)=f\left(-x\right)=-x-1+\frac{4}{e^{-x}+1}=-x-1+\frac{4e^x}{1+e^x}$$

$$=-x+\frac{3e^x-1}{1+e^x}$$

$$2\times1-f\left(x\right)=2-x+1-\frac{4}{e^x+1}=-x+\frac{3e^x-1}{e^x+1}$$

إذا من أجل كل عدد حقيقي x ، $f\left(2\times0-x\right)=2\times1-f\left(x\right)$

وبالتالي $\omega(0;1)$ مركز تناظر للمنحي $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

6) نبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد ا α حيث $-2.77<\alpha<-2.76$.

لدينا الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ إذا هي كذلك على المجال $[-2,77;-2,76]$ ولدينا

$f(-2,76)\approx0,0019$ و $f(-2,77)\approx-0,0586$ إذا $f(-2,76)\times f(-2,77)<0$ ؛

و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد ا α حيث $-2.77<\alpha<-2.76$

7) رسم (Δ) و (C_f).