الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية بوقيقز عمار – القل — مديرية التربية لولاية سكيكدة

إمتحان بكالوريا تجريبية — دورة : ماي 2015

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : العلوم الفيزيائية — المدة : 03 سا و 30

## على المترشّح أن يختار أحدَ الموضوعين التاليين :

## الموضوع الأوّل

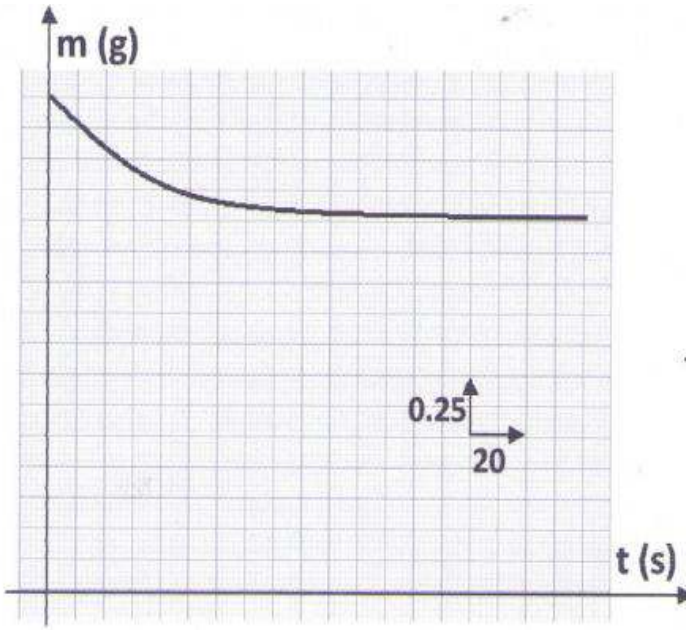
### التمرين الأول : (04 نقاط)

بهدف تتبع التحول الكيميائي التام بين حمض كلور الماء $(H^+ + Cl^-)$ و كربونات الكالسيوم الصلب .

ندخل عند اللحظة $t = 0$ كتلة مقدارها $m_0$ من كربونات الكالسيوم $CaCO_{3(s)}$ داخل حجم $V = 100ml$ من حمض كلور الماء تركيزه $C$

ينمذج التفاعل الكيميائي الحاصل بالمعادلة : $CaCO_3 + 2H_3O^+ = Ca^{+2} + CO_2 + 3H_2O$

المتابعة الزمنية لتطور الجملة الكيميائية مكنت من حساب كتلة كربونات الكالسيوم $m$ المتبقية في كل لحظة حيث يوضح البيان تغيرات $m$ بدلالة $t$




1- أنجز جدولا لتقدم التفاعل

2- بين أن عبارة $m(t)$ في أي لحظة تعطى بالعلاقة :
$m(t) = m_0 - 10[Ca^{+2}]$

3- أوجد مقدار التقدم الأعظمي

4- أحسب التركيز المولي الإبتدائي لمحلول حمض كلور الماء $C$

5- عرف سرعة للتفاعل واكتب عبارتها بدلالة $m$ ، $M$ حيث $M$ الكتلة المولية لـ $CaCO_3$

أ) أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 40$

ب) إستنتج سرعة تشكل الشاردة $Ca^{+2}$ عند $t = 40s$

6- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

7- بين أنه : $m(t = t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$ ثم استنتج قيمة زمن نصف التفاعل بيانيا

المعطيات : $Ca = 40g/mol$ ، $H = 1g/mol$ ، $C = 12g/mol$ ، $O = 16g/mol$

### التمرين الثاني : (04 نقاط)

البولونيوم عنصر مشع و نادر الوجود في الطبيعة . اكتشف عام 1889م في احد الخامات ، النظير الوحيد الموجود في الطبيعة هو $^{210}_{84}Po$

1- يتفكك البولونيوم $^{210}_{84}Po$ معطيا نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$ مع انبعاث إشعاعات .

أ) حدد تركيب النواة $^{210}_{84}Po$

ب) اكتب معادلة التفكك النووي الحادث مع توضيح كل الإشعاعات .

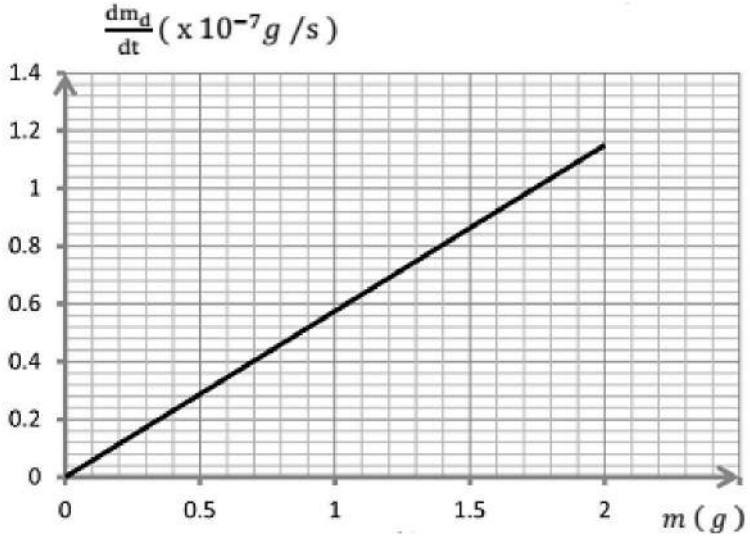
2- تحوي عينة من عنصر مشع $^{A}_{Z}X$ عند اللحظة $t = 0$ كتلة $m_0$ ، عند اللحظة $t$ تتفكك الكتلة $m_d$ و تبقى الكتلة $m$ دون تفكك

أ) أوجد عبارة قانون التناقص الإشعاعي للكتلة $m$ بدلالة $m_0$ ، $\lambda$ و $t$

ب) أوجد عبارة $m_d$ بدلالة $m_0$ ، $\lambda$ و $t$

ج) أوجد العلاقة التي تربط $\frac{dm_d}{dt}$ ، $m$ و $\tau$

3- بواسطة وسيط معلوماتي تمكنا من رسم المنحنى الممثل جانبا $\frac{dm_d}{dt} = f(m)$




أ) بالإعتماد على العلاقة البيانية و العلاقة النظرية في السؤال 2- ج

❖ أوجد قيمة ثابت الزمن $\tau$

❖❖ عرّف زمن نصف العمر وحدد قيمته

❖❖❖ تعرف على النواة المشعة $^{A}_{Z}X$

4- نعتبر كتلة هذه العينة معدومة عندما تصبح مساوية لـ 1% من قيمتها الإبتدائية

❖ أحسب بدلالة ثابت الزمن $\tau$ المدة الزمنية اللازمة لإنعدام كتلة العينة .

❖❖ هل يمكن تعميم هذه النتيجة لكل نواة مشعة .علل ؟

المعطيات :

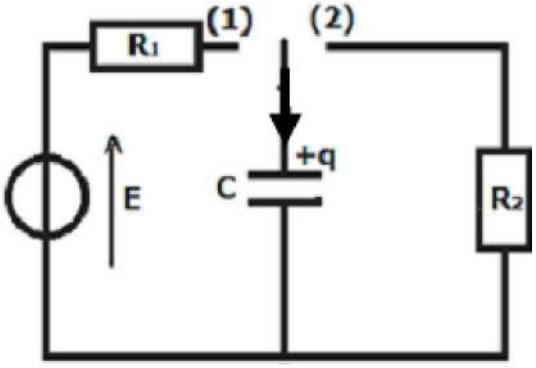
الجدول مستخرج من الجدول الدوري للعناصر

| النواة | $_{83}Bi$ | $_{53}I$ | $_{84}Po$ |
|---|---|---|---|
| الزمن $t_{1/2}$ | 60min | 8jours | 138,9jours |

## التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر التركيب التجريبي الممثل جانبا و المتكون من مولد مثالي للتوتر قوته المحركة $E$ و ناقلين أوميين $R_1$ و $R_2$ حيث $R_2 = 2R_1 = 1K\Omega$ و مكثفة سعتها $C$ و بادلة .

بعد شحن المكثفة كليا نؤرجح البادلة للموضع الآخر لإنجاز عملية تفريغ المكثفة . عند لحظة نعتبرها مبدءا للزمن $t = 0$




1- في أي الموضعين ثم وضع البادلة عند اللحظة $t = 0$

2- أحسب $u_c(t = 0)$ و $u_{R_2}(t = 0)$

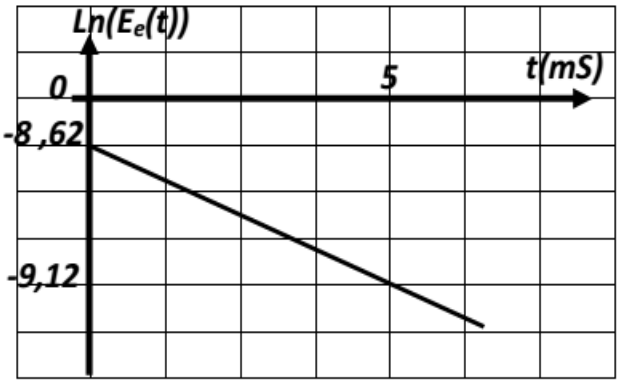
3- بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{R_2}(t)$ بين طرفي الناقل الأومي $R_2$ هي : $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0$ محددا عبارة $\tau$ بدلالة مميزات الدارة

4- بين أن : $u_{R_2}(t) = Ae^{-t/\tau}$ حل للمعادلة التفاضلية محددا عبارة الثابت $A$

5- استنتج عبارة التوتر $u_C(t)$

6- خلال عملية تفريغ المكثفة ، أكتب عبارة $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t$ بدلالة الزمن $t$ ، ثابت الزمن $\tau$ و $E_C(0)$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 0$

أ) بواسطة وسيط معلوماتي نعاين تغيرات $ln\ (E_C(t))$ بدلالة الزمن $t$ فنحصل على المنحنى التالي




❖ إعتمادا على المنحنى و العلاقة النظرية التى يطلب إيجادها

أوجد قيمة كل من : $E_C(0)$ و $\tau$ .

❖❖ استنتج قيمة كل من :

القوة المحركة للمولد $E$ و سعة المكثفة $C$

7- نريد تركيب مكثفة أخري سعتها $C'$ في دارة التفريغ لتقليص مدة التفريغ إلى نصف مدة الشحن دون تغييرها .

❖ بين أن : $C' = \frac{C}{3}$

## التمرين الرابع : (04 نقاط)

جميع القياسات تمت عند الدرجة $25C^0$

المعطيات : الحجم المولي : $V_M = 24L/mol$ ، الجداء الشاردي للماء : $K_e = 10^{-14}$

ثابت الحموضة للثنائية $CH_3COOH\ /\ CH_3COO^-$ $\quad pK_{a2} = 4,8$

1- نذيب حجما $V_0 = 0,12\ l$ من غاز النشادر $NH_3$ في الماء المقطر فنحصل على محلول مائي $S_1$ حجمه $V = 0,5L$ و تركيزه المولي $C$ ، نقيس $pH$ المحلول $S_1$ فنجد $pH = 10,6$

1-1- عبر عن التركيز المولي $C$ للمحلول $S_1$ بدلالة $V_0$ ، $V$ و $V_M$ . أحسب قيمة $C$

1-2- أكتب معادلة التفاعل الحاصل

1-3- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل

1-4- عبر عن نسبة التقدم النهائي $\tau_1$ للتفاعل بدلالة $K_e$ ، $C$ و $pH$ . أحسب قيمة $\tau_1$ ماذا تستنتج ؟

1-5- أوجد عبارة ثابت التوازن $k$ بدلالة $C$ و $\tau_1$ . أحسب $k$

1-6- استنتج أن قيمة ثابت الحموضة $pK_{a1}$ للثنائية $NH_4^+\ /NH_3$ هي $pK_{a1} = 9,2$

2- نمزج حجما $V_1$ من المحلول $S_1$ مع حجما $V_2 = \frac{V_1}{2}$ من محلول مائي لحمض الإيثانويك $CH_3COOH$ له نفس التركيز المولي $C$ فيحدث تفاعل ينمذج بالمعادلة : $CH_3COOH + NH_3 = NH_4^+ + CH_3COO^-$

2-1- بالإعتماد على جدول التقدم لهذا التفاعل ، أثبت أن نسبة التقدم النهائي $\tau$ للتحول تحقق العلاقة : $\tau = \frac{V_1}{V_2(1+10^{\,pH-pKa1})}$

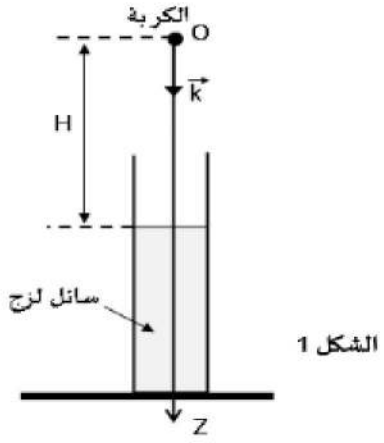
2-2- أحسب $\tau$ علما أن $pH$ المزيج هو $pH = pK_{a1}$ ، ماذا تستنتج ؟

2-3- أوجد $K$ ثابت التوازن المقرون بمعادلة تفاعل النشادر مع حمض الإيثانويك بدلالة $pK_{a1}$ و $pK_{a2}$ أحسب قيمة $K$ . هل تتوافق هذه القيمة مع نتيجة السؤال السابق .

## التمرين التجريبي : (04 نقاط)

تعتبر حركة السقوط الشاقولي أكثر الحركات المستقيمة المعاينة في الحياة اليومية ، ندرس في هذا التمرين السقوط الشاقولي لكرية من الفولاذ في الهواء و في سائل لزج شفاف يوجد داخل أنبوب شاقولي شفاف و مدرج

نحرر عند اللحظة $t = 0$ كرية من فولاذ متجانسة كتلتها $m$ و نصف قطرها $r$ ومركز عطالتها $G$ بدون سرعة إبتدائية من الموضع O يوجد على إرتفاع $H$ من السطح الحر للسائل ( الشكل 1 ) فتسقط في الهواء ثم في سائل $(L)$ كتلته الحجمية $\rho_L$



الشكل 1

معطيات : نصف قطر الكرية $r = 5.10^{-3}m$ ، $g = 9{,}8m/s^2$

الكتلة الحجمية للفولاذ $\rho_a = 7800Kg/m^3$ ، $H = 0{,}46m$

1- ندرس حركة الكرية في معلم $(O.\vec{K})$ مرتبط بسطح الأرض نعتبره غاليليا ، نختار المستوى الأفقي الذي يشمل السطح الحر للسائل مرجعا لقياس الطاقة الكامنة الثقالية .

1-1- أوجد تغير الطاقة الكامنة الثقالية للكرية بين لحظة إنطلاقها ولحظة وصولها إلى السطح الحر للسائل

1-2- أوجد بطريقتين مختلفتين تحريكية و طاقوية قيمة $v_1$ سرعة الكرية عند وصولها إلى السطح الحر للسائل

1-3- حدد قيمة الطاقة الميكانيكية للجملة ( كرية – أرض )

2- ننمذج تأثير السائل على الكرية أثناء الحركة في السائل بقوة إحتكاك $\vec{f} = -6\pi\eta r v\vec{K}$ حيث $v$ سرعة $G$ عند اللحظة $t$ و $\eta$ لزوجة السائل ، ونعتبر أن دافعة أرخميدس غير مهملة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكرية نختار لحظة وصول الكرية إلى السطح الحر للسائل مبدءا جديدا للزمن $(t = 0)$

2-1- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v$ تكتب على الشكل : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B$

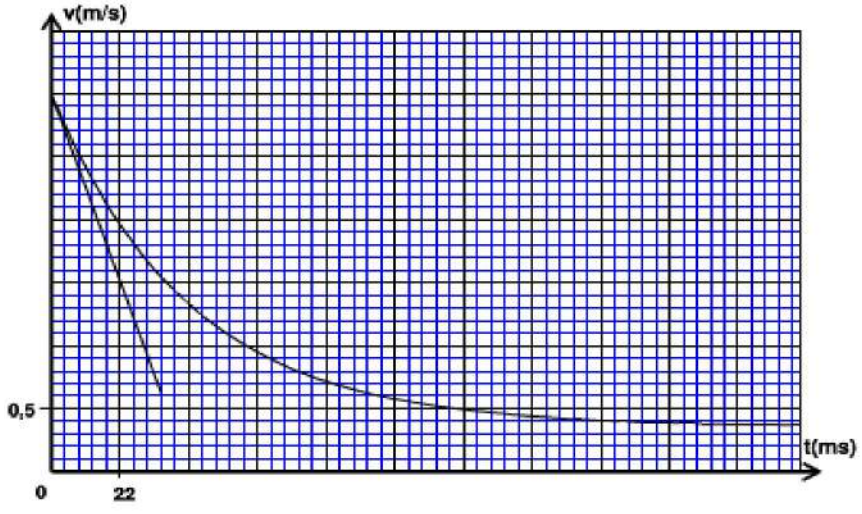
2-2- حدد عبارة $\tau$ و $B$ بدلالة المعطيات ، ماهو مدلولهما الفيزيائي

2-3- بين أن : $v(t) = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B$ حل للمعادلة التفاضلية السابقة .

2-4- أكتب عبارة $v(t)$ بدلالة $v_1$ و $\tau$ و السرعة الحدية $v_{lim}$ لمركز عطالة الكرية .

3- تم بواسطة وسيط معلوماتي الحصول على منحنى الشكل 2 و الممثل لتغيرات السرعة $v$ بدلالة الزمن .

- أوجد كل من السرعة الحدية $v_{lim}$
- معامل اللزوجة $\eta$
- الكتلة الحجمية $\rho_L$ للسائل .



الشكل 2

## الموضوع الثاني

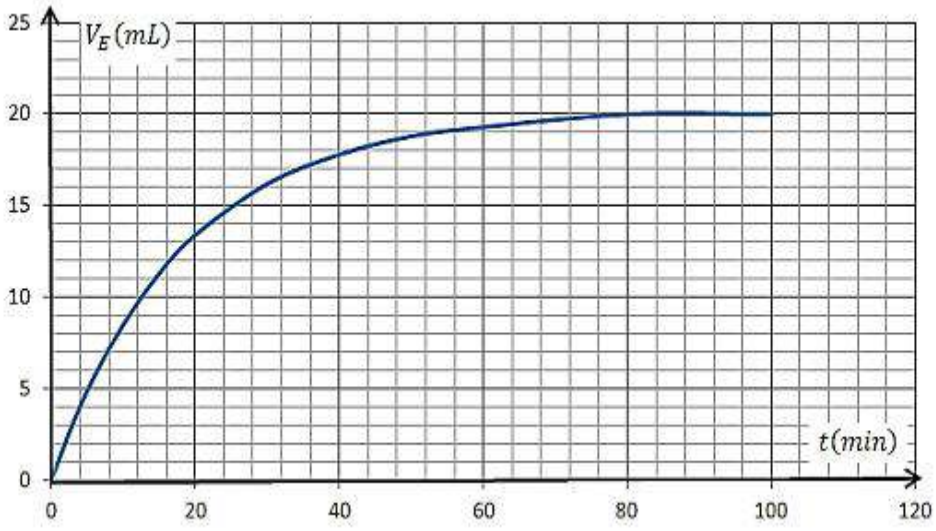
### التمرين الأول : (04 نقاط)

إن أكسدة شوارد اليود $I^-$ بواسطة البيروكسوديسولفات $S_2O_8^{-2}$ هو تفاعل تام وبطيء ، ينمذج عذا التفاعل بالمعادلة التالية : $2I^- + S_2O_8^{-2} = I_2 + 2SO_4^{-2}$

في اللحظة $t = 0$ ندخل $V_1 = 20ml$ من محلول بيروكسوديسولفات ذو التركيز المولي $C_1$ في بيشر و نضيف إليه $V_2 = 80ml$ من محلول يود البوتاسيوم ذو التركيز المولي $C_2 = 0{,}2mol/L$ و نقوم برجه

ثم نقوم بتقسيم المزيج على 20 أنبوب إختبار كل أنبوب يحتوي على $5ml$ من المحلول الأصلي .

في كل لحظة مختارة نأخذ أنبوب ونسكبه في بيشر سعته $150ml$ مع إضافة ماء وقطع جليد و بعض القطرات من صمغ النشاء حتى يصبح لون المحلول أزرق ، ثم نعاير $I_2$ ثنائي اليود المتشكل بمحلول لثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+ + S_2O_3^{-2})$ ذو التركيز المولي $C_0 = 0{,}025mol/L$ ثم نسجل الحجم المضاف عند التكافؤ $V_E$ فنحصل على البيان التالي :




1- أ)أكتب المعادلات النصفية للتفاعل

ب) انجز جدولا لتقدم هذا التفاعل .

ج) لماذا يجب إضافة الماء و الجليد قبل المعايرة ؟

2- الثنائيات الداخلة في تفاعل المعايرة هي : $I_2/I^-$ ، $S_4O_6^{-2}/S_2O_3^{-2}$

أ) أعط رسم للبروتوكول التجريبي لتفاعل المعايرة

ب) أكتب معادلة تفاعل المعايرة و ماهي مميزاته ؟

3- أثبت أن تقدم التفاعل $x$ يعطى بالعلاقة : $x = 10C_0V_E$ ثم استنتج التقدم الأعظمي و المتفاعل المحد

4- أستنتج التركيز المولي الإبتدائي لمحلول بيروكسوديسولفات $C_1$

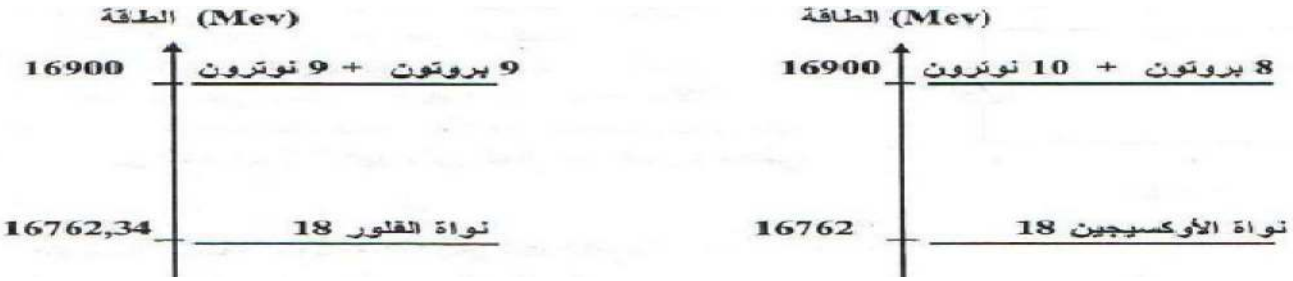
5- أ) عرف السرعة الحجمية للتفاعل واكتب عبارتها بدلالة $C_0$ ، $V_E$ و $V_T$ حجم المزيج التفاعلي

ب)أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 40$ ن فسر مجهريا هذا التغير

6- عرف زمن نصف التفاعل وعين قيمته

### التمرين الثاني : (04 نقاط)

بالنسبة لأمراض السرطان ، العنصر الإستشفائي المستعمل في الرسم الطبي هو الغلوكوز المعلّم بالفلور 18 لكونه يتراكم بشكل أفضل في الخلايا السرطانية المستهلكة جيدا لمادة السكر ، يتميز الفلور 18بكونه ذو نشاط إشعاعي نصف عمره $t_{1/2} = 110\ min$ فيتولد عنه الأوكسجين 18 ، نعطى مخططات الطاقة التالية :



نهمل كتلة الإلكترون و نعتبر كتلة البروتون مساوية لكتلة النوترون

1- أوجد طاقتي الربط بالنسبة لكل نوية للنواتين $^{18}_{8}O$ ، $^{18}_{9}F$

❖ أي النواتين أقل إستقرارا . علل ؟

2- أكتب معادلة تفكك نواة $^{18}_{9}F$ محددا نمط و آلية التفكك .

3- أوجد بوحدة الـ $MeV$ الطاقة الناتجة عن تفكك نواة واحدة من الفلور 18

4- عند التاريخ : الخميس 21 ماي 2015 وعلى الساعة $08h\ 00min$ حقن مريض بجرعة من الغلوكوز المعلّم بالفلور 18 نشاطها الإشعاعي $A_0 = 260 \times 10^6 Bq$ على أن يحقن مرة ثانية عند بلوغ نسبة الأنوية المتفككة من الجرعة الأولى$75\%$

4-1- حدد تاريخ أوساعة الحقنة الثانية .

4-2- بين أن عبارة الطاقة $E_T$ الناتجة عن تفكك عدد $N_1$ من أنوية الفلور عند اللحظة $t = nt_{1/2}$ تكتب على الشكل التالي : $E_T = EN_0(1 - \frac{1}{2^n})$

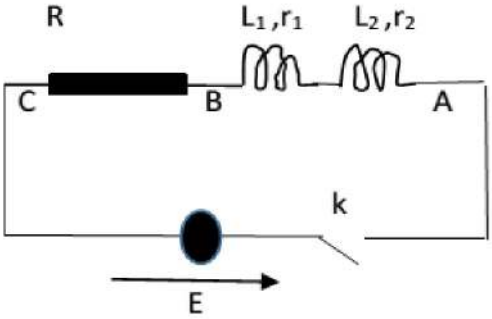
أوجد بوحدة الـ $MeV$ الطاقة المكتسبة من طرف جسد المريض عند تمام الساعة $11h\ 40min$

## التمرين الثالث : (04 نقاط)

لدينا وشيعتين حقيقتين ( $b_1(r_1 = 5\Omega\ ،\ L_1 = ؟\ )$ ، $b_2(r_2 = ؟\ ،\ L_2 = 0{,}5H\ )$ ، مولد مثالي قوته المحركة $E$ و ناقل أومي $R = 90\Omega$ ، أسلاك توصيل وقاطعة . نحقق التركيب المبين أسفله

1- بتطبيق قانون جمع التوترات على الجزء $AB$ وقانون أوم بين طرفي الناقل الأومي

بين أنه يمكن تعويض الوشيعتين $b_1$ و$b_2$ بوشيعة مكافئة تحقق : $b(r = r_1 + r_2\ ،\ L = L_1 + L_2\ )$

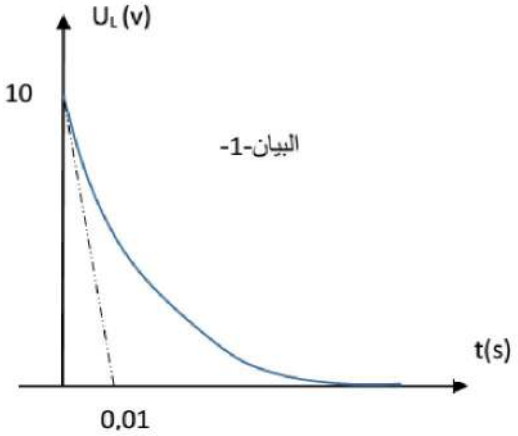



2- أعد رسم الدارة بتعويض $b_1$ و $b_2$ بـ $b$

❖ بين على الدارة كيفية وصل أقطاب راسم الإهتزاز المهبطي لمعاينة تغيرات شدة التيار المار في الدارة مع التعليل

3- أوجد المعادلة التفاضلية التى يحققها التوتر بين طرفي الوشيعة

4- البيان -1- يمثل تغيرات التوتر $u_b(t)$ بين طرفي الوشيعة بدلالة الزمن ، بالإعتماد على البيان : جد




أ) ثابت الزمن $\tau$

ب) قيمة القوة المحركة $E$

5- علما أن شدة التيار المار في الدارة في النظام $I_0 = 0{,}1A$ أحسب :

أ) قيمة المقاومة $r$ ثم قيمة المقاومة $r_2$

ب) قيمة الذاتية $L$ ثم قيمة الذاتية $L_1$

6- بعد بلوغ النظام الدائم نفتح القاطعة فتصبح عبارة شدة التيار المار في الدارة : $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

أ) أكتب العبارة الزمنية للطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b(t)$

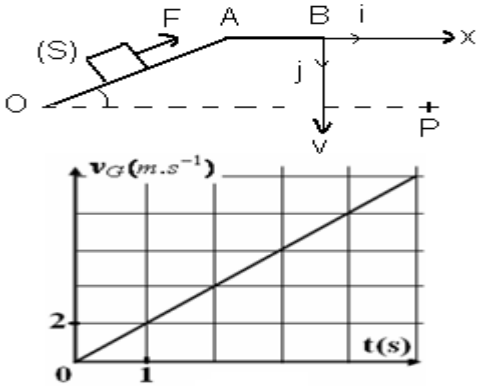
ب) بين أن زمن تناقص شدة التيار $i$ إلى النصف يعطى بالعلاقة $t_1 = \tau . ln2$

ت) بين أنه من أجل $t = nt_1$ تصبح عبارة الطاقة المخزنة $E_b(t) = \frac{E_0}{2^n}$ حيث $E_0$ الطاقة العظمى

د) أحسب $E_b$ من اجل $n = 8$ . ماذا تستنتج ؟

## التمرين الرابع : (04 نقاط)

ينطلق جسم$(S)$ كتلته $m = 100g$ من النقطة $O$ في اللحظة $t = 0$ بدون سرعة إبتدائية , فيتحرك وفق مسار مستقيم على المستوى المائل بزاوية$\alpha = 30°$ . خلال حركته على المستوى المائل يخضع الجسم الى قوة $F$ ثابتة (الشكل1) . نهمل الاحتكاكات ونأخذ $g = 10m.s^{-2}$ و $OA = 1m$







1- دراسة حركة الجسم على المستوى المائل.

1-1- بتطبيق قانون نيوتن الثاني اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها $v_x$ .

1-2- يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات السرعة بدلالة الزمن .

1-2-1- ما طبيعة حركة الجسم $(S)$ على المستوى المائل .

1-2-2- احسب شدة القوة $F$.

1-3- احسب $R$ القوة المطبقة على الجسم من طرف المستوى المائل.

1-4- اوجد المعادلتان الزمنيتان$x(t)$ و $v(t)$.

1-5- حدد $t_A$ اللحظة التي يصل فيها الجسم$(S)$ الى النقطة $A$. استنتج $v_A$ سرعة الجسم في النقطة $A$ .

2- نحذف القوة $F$ في النقطة $A$ . يتابع الجسم $(S)$ حركته على المستوى الافقي

2-1-ما طبيعة الحركة على المستوى الافقي

2-2- استنتج $v_B$ سرعة الجسم $(S)$ في النقطة $B$.

3- يغادر الجسم $(S)$ المستوى الافقي في النقطة $B$ بسرعة افقية $v_B$ في لحظة $t = 0$ نعتبرها مبدءا جديدا للزمن ليسقط في مجال الثقالة .

3-1- اوجد معادلة المسار$y = f(x)$ في المعلم المتعامد$(o.\vec{i}.\vec{j})$ .

3-2- حدد $t_p$ لحظة سقوط الجسم $(S)$ في النقطة $P$ .

## التمرين التجريبي : (04 نقاط)

الترسبات الكلسية اليومية التى تحدث بداخل إبريق القهوة هي عديمة الفائدة كما تسبب تغير نكهة القهوة ، للمحافظة على هذه الأواني تنصح الشركات المصنعة لها بإستعمال مُقلّح يحتوي أساسا على حمض اللاكتيك

نعطى الصيغة النصف مفصلة لحمض اللاكتيك : $C_2H_4OHCOOH$

1- يسوّق مقلح حمض اللاكتيك على شكل سائل في قارورات صغيرة وتشير بيانات الإستعمال إلى إفراغ محتواها في خزان الإبريق و إضافة الماء لتحضير حجم $0,6\ L$ من محلول لحمض اللاكتيك تركيزه $C = 1mol/L$ ، بعد الرج يعطى قياس $pH$ المحلول القيمة $pH = 1,9$

1-1- أكتب معادلة تفاعل حمض اللاكتيك مع الماء

1-2- لتبسيط الكتابة نرمز بـ $AH$ لجزيء حمض اللاكتيك و $A^-$ لشاردة اللاكتات

أ) بين أن ثابت التوازن $K$ للتفاعل يكتب على الشكل : $K = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$ . أحسب قيمة $K$

ب) إستنتج قيمة $pKa$ للثنائية $(AH\ /\ A^-)$

ج) أحسب النسبة $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$ . إستنتج النوع المهيمن في المحلول

2- تحمل قنينة محلول تجاري لملقح أساسه حمض اللاكتيك المعلومات التالية :

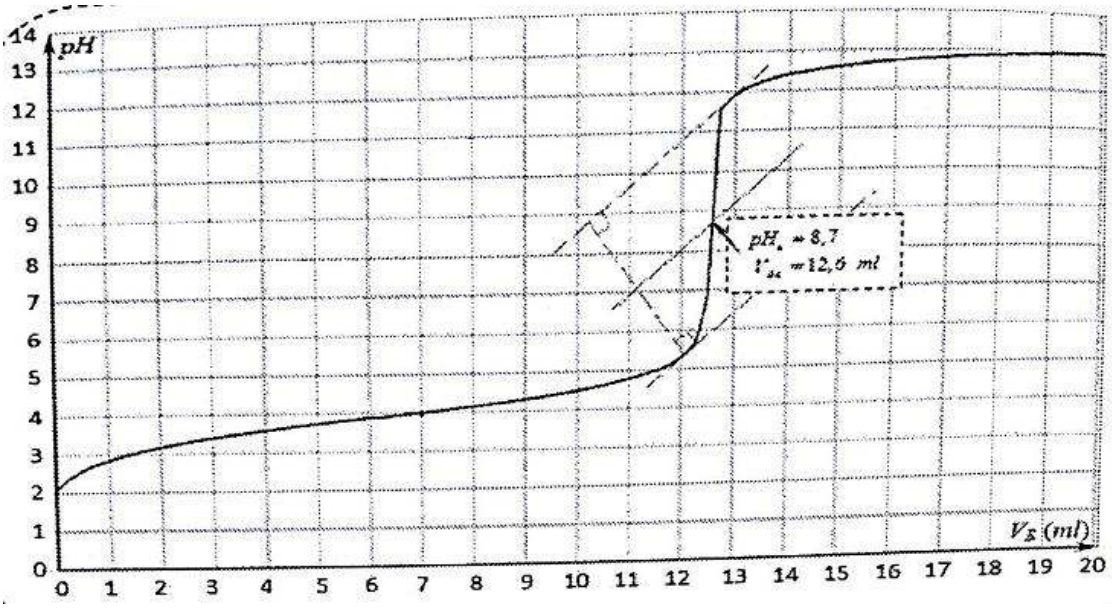
النسبة المئوية الكتلية : $p = 40\%$ ، الكتلة المولية للحمض : $M = 90g/mol$

الكتلة الحجمية للمحلول : $\rho = 1{,}13Kg/L$

نعطى : $K_e = 10^{-14}$ عند الدرجة $25C^0$

لتحديد التركيز $C_a$ للحمض في المنتوج ، نخفف المحلول التجاري 10 مرات ثم نعاير حجما $V_a = 10ml$ من المحلول المخفف بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + HO^-)$ تركيزه $C_b = 0{,}4mol/l$

يمثل المنحنى التالي منحنى المعايرة المحصل عليه بالنسبة لتغيرات $pH$ المزيج




2-1- أكتب معادلة تفاعل المعايرة

2-2- أحسب النسبة $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$ عند التكافؤ . إستنتج النوع المهيمن

2-3- أحسب تركيز الحمض $C_a$ في المحلول المعَاير ثم إستنتج تركيز المحلول التجاري $C$

2-4- تحقق من صحة قيمة النسبة المئوية الكتلية $p = 40\%$ للحمض في المحلول

## 1- جدول تقدم التفاعل

| المعادلة | $CaCO_3 + 2H_3O^+ = Ca^{+2} + CO_2 + 3H_2O$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | كمية المادة (mol) | | | | التقدم بالعملة x | |
| ابتدائية | $n_0/m$ | CV | 0 | 0 | 0 | ا |
| و | $\frac{m_0}{M} - x$ | $CV - 2x$ | $x$ | $x$ | $x$ | و |
| ن | $\frac{m_0}{M} - x_f$ | $CV - 2x_f$ | $x_f$ | $x_f$ | $x_f$ | ن |

## 2- تبيان أن: $m(t) = m_0 - 10[Ca^{+2}]$

من جدول التقدم: الحالة الوسطية

$$n_t(CaCO_3) = \frac{m_0}{M} - x(t)$$

$$\frac{m(t)}{M} = \frac{m_0}{M} - x(t)$$

$$\Rightarrow m(t) = m_0 - Mx(t) \quad \text{...①}$$

من جهة: $n_t(Ca^{+2}) = x(t)$

$$\Rightarrow x(t) = [Ca^{+2}].V \quad \text{...②}$$

نعوض ② في ① نجد:

$$\boxed{m(t) = m_0 - MV[Ca^{+2}]}$$

AN: $m(t) = m_0 - 100 \times 0,1[Ca^{+2}]$

$$\Rightarrow \boxed{m(t) = m_0 - 10[Ca^{+2}]}$$

وهو المطلوب تبيانه.

## 3- إيجاد مقدار التقدم الأعظمي

باعتبار التحول المدروس تام $x_f = x_{max}$

من الجدول: الحالة النهائية

$$n_f(CaCO_3) = \frac{m_0}{M} - x_{max}$$

$$\Rightarrow \frac{m_f}{M} = \frac{m_0}{M} - x_{max}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_{max} = \frac{m_0 - m_f}{M}}$$

من البيان: $\begin{cases} m_0 = 2g \\ m_f = 1,5g \end{cases}$

AN: $x_{max} = \frac{2 - 1,5}{100} = \frac{0,5}{100}$

$$\Rightarrow \boxed{x_{max} = 5.10^{-3}\ mol}$$

## 4) التركيز المولي الإبتدائي C:

إعتمادا على البيان فإن $CaCO_3$ لا يمثل المتفاعل المحد لان: $n_f(CaCO_3) \neq 0$

بإعتبار التحول تام فإن شوارد $H_3O^+$ تمثل المتفاعل المحد ومنه: $n_f(H_3O^+) = 0$

$$\Rightarrow CV - 2x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{2}{V} x_{max}}$$

AN: $C = \frac{2 \times 5.10^{-3}}{0,1}$

$$\boxed{C = 0,1\ \frac{mol}{L}}$$

## 5) تفريق سرعة التفاعل

سرعة التفاعل $v$ هي مشتق التقدم في وحدة الزمن و نكتب: $v = \frac{dx}{dt}$ عبارتها بدلالة $m$ و $M$

من جدول التقدم: الحالة الوسطية

لدينا من ①: $x(t) = \frac{m_0}{M} - \frac{m(t)}{M}$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \left(\frac{dm_0}{dt} - \frac{dm}{dt}\right) \times \frac{1}{M}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = -\frac{dm}{Mdt}}$$

### أ) قيمتها عند اللحظة $t = 40s$

$$v(t=40s) = -\frac{dm}{Mdt}\Big/_{t=40s}$$

$$v(t=40) = -\frac{\Delta m}{M\Delta t}$$

$t = 40s$ برسم مماس عند اللحظة

نجد: $v(t=40s) = -\frac{1}{100}\frac{(7,25-6,5)}{0-40}$

$$\boxed{v(t=40s) = 4,7.10^{-5}\ \frac{mol}{s}}$$

ب) إستنتاج سرعة تشكل الشاردة $Ca^{+2}$ عند اللحظة $t=40s$

نعلم أن : $v(t=40s) = v_{t=40s}(Ca^{+2})$

$v(t=40s)$ : سرعة التفاعل عند $t=40s$

$v_{t=40s}(Ca^{+2})$ : سرعة تشكل الشاردة $Ca^{+2}$ عند اللحظة $t=40s$

$$\Rightarrow \boxed{v(Ca^{+2}) = 4,7.10^{-5}\ \frac{mol}{s}}$$

6) تحديد زمن نصف التفاعل

هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف تقدمه النهائي

أ) نكتب : $x(t=t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$

7) تبيان أن : $m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$

من ① : $m(t) = m_0 - M.x(t)$

$t=t_f$ : $m(t_f) = m_0 - M x(t=t_f)$

$$\Rightarrow m_f = m_0 - M x_{max} \quad ①$$

$t=t_{1/2}$ : $m(t_{1/2}) = m_0 - M x(t_{1/2})$

$$m(t_{1/2}) = m_0 - M \frac{x_{max}}{2} \quad ②$$

من ① : $x_{max} = \frac{m_0 - m_f}{M}$

نعوض عن $x_{max}$ في ② نجد :

$$m(t_{1/2}) = m_0 - \frac{M}{2}\left(\frac{m_0}{M} - \frac{m_f}{M}\right)$$

$$= m_0 - \frac{m_0}{2} + \frac{m_f}{2}$$

$$= \frac{m_0}{2} + \frac{m_f}{2}$$

ومنه : $\boxed{m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}}$

أ) وهو المطلوب تبيانه

إستنتاج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

$$m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$$

$$AN : m(t_{1/2}) = \frac{2 + 1,5}{2} = \frac{3,5}{2}$$

$$\boxed{m(t_{1/2}) = 1,75g}$$

بالإسقاط نجد : $m(t_{1/2}) = \frac{1,75}{0,25}$

$$\Rightarrow m(t_{1/2}) = 7$$

بالإسقاط نجد : $\boxed{t_{1/2} = 25s}$

1) تحديد تركيب النواة $^{210}_{84}Po$

$\begin{cases} Z = 84 \\ N = 210 - 84 = 126 \end{cases}$

تتكون نواة الـ Po من :

84 بروتون
126 نوترون

ب) كتابة معادلة التفكك النووي

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb^{*} + {}^{A}_{Z}X$$

$$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{0}_{0}\gamma + {}^{A}_{Z}X$$

بتطبيق قانوني الانحفاظ نجد :

$$\begin{cases} A = 4 \\ Z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow {}^{A}_{Z}X \equiv {}^{4}_{2}He$$

ومنه : $\left(^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + \gamma + {}^{4}_{2}He\right)$

2) أ) عبارة قانون التناقص للكتلة m

لدينا : $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$

من جهة : $N_0 = \frac{m_0}{M}.N_A$

$$N(t) = \frac{m(t)}{M}.N_A$$

$$\Leftrightarrow \frac{m(t)}{M}N_A = \frac{m_0}{M}N_A e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow \left(m(t) = m_0 e^{-t/\tau}\right)$$

ب) عبارة $m_d$ بدلالة $m_0, \lambda, t$

لدينا : $m_d(t) = m_0 - m(t)$

$$m_d(t) = m_0 - m_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \left(m_d(t) = m_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)\right) \dots (*)$$

العلاقة التي تربط $\frac{dm_d}{dt}$ و $m, \tau$

من (*) $m_d(t) = m_0 - m_0 e^{-t/\tau}$

بالإشتقاق بالنسبة للزمن نجد :

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m_0 e^{-t/\tau}$$

$$\left(\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m(t)\right)$$

3.1) إيجاد قيمة ثابت الزمن $\tau$

- البيان خط مستقيم يمر من المبدأ

معادلته : $\frac{dm_d}{dt} = a\,m$

نظريا : $\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m$

بالمطابقة الحلاقتين نجد :

$$\frac{1}{\tau} = a \Rightarrow \tau = \frac{1}{a}$$

حيث a : ميل المستقيم

$$a = \frac{\Delta^{dm_d/dt}}{\Delta t} = \frac{0,8.10^{-7} - 0}{1,4}$$

$$a = 0,57.10^{-7} \dots (SI)$$

ومنه : $\left(\tau = 1,75.10^{7}\,s\right)$

تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ :

هو المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الإبتدائية

قيمته : $t_{1/2} = \tau \ln 2$

AN : $t_{1/2} = 1,2.10^{7}\,s$

$$t_{1/2} = \frac{1,2.10^{7}}{86400} \Rightarrow \left(t_{1/2} = 138,9\,J\right)$$

=> النواة $^{A}_{Z}X$ المشعة هي : $^{210}_{84}Po$

4) المدة الزمنية لإنعدام كتلة العينة :

$$m(t) = 1\%\,m_0 \Rightarrow m(t) = \frac{1}{100} m_0$$

$$m_0 e^{-t/\tau} = \frac{1}{100} m_0 \Rightarrow e^{-t/\tau} = \frac{1}{100}$$

$$\ln e^{-t/\tau} = \ln \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{t}{\tau} = \ln 100$$

$$\Rightarrow t = \tau \ln 100 \Rightarrow t = 4,6\tau$$

$$\left(t \simeq 5\tau\right)$$

هذه النتيجة يمكن تعميمها لجميع الأنوية المشعة لأن عبارة اللحظة لا تحوي مقادير خاصة ببعض الأنوية

1. لتفريغ المكثفة نضع البادلة في الوضع (2)

2- حساب $u_{R_2}(t=0)$ ، $u_c(t=0)$

$$\begin{cases} u_c(t=0) = E \\ u_{R_2}(t=0) = -E \end{cases}$$

3- بتبيان أن : $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0$

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_c + u_{R_2} = 0$$

باشتقاق المساواة بالنسبة للزمن

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$$

من جهة : $\frac{du_c}{dt} = \frac{i}{C}$

حسب قانون أوم :

$$u_{R_2} = R_2 i \Rightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} = \frac{u_{R_2}}{R_2 C}$$

ومنه : $\frac{u_{R_2}}{R_2 C} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$

نضع : $\tau = R_2 C$ نجد

$$\frac{u_{R_2}}{\tau} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$$

$\times \tau$ : $\left(\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0\right)$

(ق) هو المطلوب.

حيث : $(\tau = R_2 C)$

4- بتبيان أن : $u_{R_2}(t) = Ae^{-t/\tau}$

حل للمعادلة

لدينا : $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0$ ..(1)

$$u_{R_2}(t) = Ae^{-t/\tau} \quad ...(2)$$

$$\frac{du_{R_2}}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} \quad ..(3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1) نجد :

$$\tau \times -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + Ae^{-t/\tau} \stackrel{?}{=} 0$$

$$-Ae^{-t/\tau} + Ae^{-t/\tau} = 0$$

$$0 = 0$$

$\therefore u_{R_2} = Ae^{-t/\tau}$ حل للمعادلة (1)

عبارة الثابت A

$$u_{R_2} = Ae^{-t/\tau}$$

باستعمال الشروط الإبتدائية :

$$u_{R_2}(t=0) = -E$$

$$u_{R_2}(t=0) = Ae^0 = A$$

$$\Rightarrow (A = -E)$$

ومنه : $(u_{R_2}(t) = -Ee^{-t/\tau})$

5- إستنتاج عبارة التوتر : $u_c(t)$

حسب قانون جمع التوترات عند لحظة t :

$$u_c(t) + u_{R_2}(t) = 0$$

$$\Rightarrow u_c(t) = -u_{R_2}(t)$$

$$\Rightarrow (u_c(t) = Ee^{-t/\tau})$$

6- عبارة $E_c(t)$ بدلالة $t$ ، $\tau$ و $E_c(0)$

بالتعريف : $E_c(t) = \frac{1}{2} C u_c^2(t)$

$$E_c(t) = \frac{1}{2} C E^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$t=0 \Rightarrow E_c(0) = \frac{1}{2} C E^2$$

ومنه : $(E_c(t) = E_c(0) e^{-2t/\tau})$

إيجاد قيمة كل من : $E_c(0)$ و $\tau$

البيان $Ln(E_c(t)) = f(t)$ عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته :

$$Ln(E_c(t)) = at + b$$

حيث $a$ : ميل المستقيم

$$a = \frac{\Delta \ln(E_c(t))}{\Delta t}$$

$$\text{AN}: \quad a = \frac{-9,12-(-8,62)}{5.10^{-3}-0}$$

$$a = \frac{-9,12+8,62}{5.10^{-3}}$$

$$\boxed{a = -100}$$

من جهة : $\boxed{b = -8,62}$

ومنه :

$$\boxed{\ln(E_c(t)) = -100t - 8,62} \quad ..(1)$$

**العلاقة النظرية:**

$$E_c(t) = E_c(0)\, e^{-2t/\tau}$$

$$\ln(E_c(t)) = -\frac{2}{\tau}t + \ln E_c(0) \quad (2)$$

بالمطابقة نجد :

* $\ln E_c(0) = -8,62$

$$\Rightarrow E_c(0) = e^{-8,62}$$

$$\boxed{E_c(0) = 1,8.10^{-4}\,J}$$

* $-\frac{2}{\tau} = -100 \Rightarrow \tau = \frac{2}{100}$

$$\boxed{\tau = 0,02\,s}$$

**استنتاج قيمة $E$ و $C$**

لدينا : $\tau = R_2 C$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{\tau}{R_2}}$$

$$\text{AN}: \quad C = \frac{0,02}{10^3}$$

$$C = 2.10^{-5}\,F$$

$$\boxed{C = 20\,\mu F}$$

لدينا : $E_c(0) = \frac{1}{2}CE^2$

$$\Rightarrow E = \sqrt{\frac{2E_c(0)}{C}}$$

$$\text{AN}: \quad E = \sqrt{\frac{2 \times 1,8.10^{-4}}{2.10^{-5}}}$$

$$\boxed{E = 4,24\,V}$$

**7. تبيان أن : $C' = \frac{C}{3}$**

لتقليص مدة التفريغ يجب ربط المكثفة $C'$ والمكثفة $C$ على التسلسل

لدينا : $\begin{cases} \tau_1 = R_1 C \\ \tau' = R_2 C_{éq} \end{cases}$

حسب المعطيات : $\tau' = \frac{1}{2}\tau_1$

$$\Rightarrow R_2 C_{éq} = \frac{1}{2}R_1 C$$

$R_2 = 2R_1 \Rightarrow 2R_1 C_{éq} = \frac{1}{2}R_1 C$

$$\Rightarrow C_{éq} = \frac{1}{4}C$$

$C_{éq}$ : السعة المكافئة للسعتين $C, C'$ الموصولتين على التسلسل حيث :

$$\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C} \Rightarrow C_{éq} = \frac{C.C'}{C+C'}$$

ومنه :

$$\frac{C.C'}{C+C'} = \frac{1}{4}C$$

$$\Rightarrow \frac{C'}{C+C'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4C' = C + C'$$

$$\Rightarrow 3C' = C$$

$$\Rightarrow \boxed{C' = \frac{C}{3}}$$

وهو المطلوب.

1.1) عبارة C بدلالة $V_0$ ، V و $V_m$

لدينا : $n = CV$

$\frac{V_0}{V_m} = CV$

$\Rightarrow \left(C = \frac{V_0}{V_m.V}\right)$

قيمة C : $AN: C = \frac{0,12}{24 \times 0,5}$

$\left(C = 10^{-2}\ \frac{mol}{\ell}\right)$

2.1) معادلة التفاعل الحاصل

$NH_3 + H_2O = NH_4^+ + HO^-$

3.1) جدول التقدم

| المعادلة | $NH_3 + H_2O = NH_4^+ + HO^-$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| الحالة | التقدم | كمية المادة (mol) | | | |
| ابتدائية | 0 | CV | بوفرة | 0 | 0 |
| و | x | CV.x | بوفرة | x | x |
| ن | $x_f$ | CV.$x_f$ | بوفرة | $x_f$ | $x_f$ |
| نهائية (التحول تام) | $x_m$ | CV.$x_m$ | بوفرة | $x_m$ | $x_m$ |

4.1) عبارة $\tau_1$ بدلالة $pH, C, K_e$

بالتعريف : $\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}}$

من الجدول : الحالة النهائية

$x_f = [HO^-]V \Rightarrow x_f = 10^{PH-Ke}.V$

باعتبار التحول تام : $x_{max} = CV$

$\Rightarrow \left(\tau_1 = \frac{10^{PH-Ke}}{C}\right)$

قيمة $\tau_1$ : $AN: \tau_1 = 10^{-1,4}$

$\left(\tau_1 = 0,04\right)$

الإستنتاج : $\tau_1 < 1$

تفاعل الأمونياك $NH_3$ مع الماء محدود

5.1) عبارة K بدلالة C و $\tau_1$

$K = \frac{[HO^-]_f \cdot [NH_4^+]_f}{[NH_3]_f}$

لدينا : $\tau_1 = \frac{[HO^-]_f}{C} \Rightarrow [HO^-]_f = \tau_1 C$

حسب قانون إنحفاظ الشحنة :

$[NH_4^+]_f = [HO^-]_f \Rightarrow [NH_4^+]_f = \tau_1 C$

من الجدول : $[NH_3]_f = C - \frac{x_f}{V}$

$[NH_3]_f = C - [HO^-]_f$

$\Rightarrow [NH_3]_f = C - \tau_1 C$

ومنه : $K = \frac{\tau_1^2 . C^2}{C - \tau_1 C}$

$\Rightarrow \left(K = \frac{\tau_1^2}{1 - \tau_1}.C\right)$

حساب K : $K = \frac{(0,04)^2}{1-0,04}.10^{-2}$

$\left(K = 1,67.10^{-5}\right)$

6.1) إستنتاج أن قيمة $pKa_1$ هي :

$pKa_1 = 9,2$

$K = \frac{[HO^-]_f.[NH_4^+]_f}{[NH_3]_f} \cdot \frac{[H_3O^+]_f}{[H_3O^+]_f}$

$K = \frac{[NH_4^+]_f}{[H_3O^+]_f.[NH_3]_f} \times [H_3O^+]_f.[HO^-]_f$

$K = \frac{Ke}{Ka_1} \Rightarrow \left(Ka_1 = \frac{Ke}{K}\right)$

$AN: Ka_1 = \frac{10^{-14}}{1,67.10^{-5}}$

$\left(Ka_1 = 6.10^{-10}\right)$

من جهة : $pKa_1 = -\log Ka_1$

$\Rightarrow \left(pKa_1 = 9,2\right)$

وهو المطلوب.

2-1) إثبات أن :

$$\tau = \frac{V_1}{V_2\left(1 + 10^{pH-pKa_1}\right)}$$

جدول التقدم :

| المعادلة | $CH_3COOH + NH_3 = NH_4^+ + CH_3COO^-$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| ح. إبتدائية | $CV_2$ | $CV_1$ | 0 | 0 |
| ح. انتقالية | $CV_2 - x$ | $CV_1 - x$ | $x$ | $x$ |
| ح. نهائية | $CV_2 - x_f$ | $CV_1 - x_f$ | $x_f$ | $x_f$ |
| باعتبار التحول تام | $CV_2 - \frac{x}{m}$ | $CV_1 - \frac{x}{m}$ | $x_m$ | $x_m$ |

بالتعريف : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ .. (*)

تحديد عبارة $x_{max}$

باعتبار التحول تام : $(x_{max} = CV_2)$

تحديد عبارة $x_f$

من زوج الثنائية : $(NH_4^+/NH_3)$

لدينا :

$$pH = pKa_1 + \text{Log}\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$\Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = 10^{pH-pKa_1} \quad -(1)$$

من جدول التقدم : الحالة النهائية

$$[NH_3]_f = \frac{CV_1 - x_f}{V_T}$$

$$[NH_4^+]_f = \frac{x_f}{V_T}$$

$$\Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = \frac{CV_1 - x_f}{x_f} \quad -(2)$$

$$(1)\cdot(2) \Rightarrow \frac{CV_1 - x_f}{x_f} = 10^{pH-pKa_1}$$

$$\Rightarrow x_f\left(10^{pH-pKa_1}\right) = CV_1 - x_f$$

$$x_f\left(10^{pH-pKa_1}\right) + x_f = CV_1$$

$$x_f\left(1 + 10^{pH-pKa_1}\right) = CV_1$$

$$\Rightarrow \left(x_f = \frac{CV_1}{1 + 10^{pH-pKa_1}}\right)$$

بتعويض عبارة $x_{max}$ و $x_f$ في (*) نجد :

$$\tau = \frac{V_1}{V_2\left(1 + 10^{pH-pKa_1}\right)}$$

حساب $\tau$

من أجل $pH = pKa_1$ و $V_2 = \frac{V_1}{2}$ نجد :

$$(\tau = 1)$$

الاستنتاج : التفاعل تام

2-3) إيجاد K بدلالة $pKa_1$ و $pKa_2$

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f \cdot [NH_4^+]}{[CH_3COOH]_f \cdot [NH_3]_f} \cdot \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K = [H_3O^+]_f \cdot \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f} \cdot \frac{[NH_4^+]_f}{[H_3O^+]_f \cdot [NH_3]_f}$$

$$K = \frac{Ka_2}{Ka_1} = \frac{10^{-pKa_2}}{10^{-pKa_1}}$$

$$\Rightarrow \left(K = 10^{pKa_1 - pKa_2}\right)$$

حساب قيمة K

$$K = 10^{9,2-4,8} \Rightarrow K = 10^{4,4}$$

$$\left(K = 2,5 \cdot 10^4\right)$$

الاستنتاج : $K > 10^4$ : التحول تام

وتتوافق هذه القيمة مع نتيجة السؤال السابق .

1-1) إيجاد تغير الطاقة الكامنة الثقالية

$\Delta E_{pp} = E_{pp_3} - E_{pp_i}$

$\Delta E_{pp} = -E_{pp_i}$

$\Rightarrow \boxed{\Delta E_{pp} = -mgH}$

قيمة $\Delta E_{pp}$

لدينا: $\rho_a = \frac{m}{V}$

$\Rightarrow m = \rho_a . V$

مع: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\Rightarrow m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a$

ومنه: $\boxed{\Delta E_{pp} = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a g H}$

AN: $\boxed{\Delta E_{pp} = -0,018\,J}$

2-1) قيمة السرعة $v_1$

الدراسة التحريكية

أثناء سقوط الكرية في الهواء فهي خاضعة فقط لقوة ثقلها .. الكرية في سقوط حر

بتطبيق قانون نيوتن II:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

ومنه: $\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور الموجه

$a = g$

$a = ct^e$ ، $a > 0$

$\vec{a}.\vec{v} > 0$

حركة الكرية مستقيمة متسارعة بانتظام

ومنه: $\begin{cases} v = gt \quad \cdots (1) \\ z = \frac{1}{2}gt^2 \cdots (2) \end{cases} \Rightarrow$

عند بلوغ الكرية السطح الحر للسائل:

$z = H$

من (2) $H = \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

بتعويض $t$ في (1) نجد سرعة الكرية $v_1$

$v_1 = g\sqrt{\frac{2H}{g}}$

$v_1 = \sqrt{2gH}$

AN: $v_1 = \sqrt{2 \times 9,8 \times 0,46}$

$\boxed{v_1 = 3\,m/s}$

الدراسة الطاقوية

حسب مبدأ إنحفاظ الطاقة:

$E_{C_0}^{\nearrow 0} + W(\vec{P}) = E_{C_1}$

$mgH = \frac{1}{2}mv_1^2$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2gH}$

AN: $\boxed{v_1 = 3\,m/s}$

3-1) قيمة الطاقة الميكانيكية

عند الإنطلاق: $E_m = E_{C_0}^{\nearrow 0} + E_{pp_0}$

$E_m = mgH$

$\boxed{E_m = 0,018\,J}$

4-1) بيان أن: $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B$

بتطبيق قانون نيوتن II: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$

بالإسقاط على المحور الموجه

$$P - \pi - f = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{P - \pi - f}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{f}{m} = (P - \pi)\frac{1}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m}v = (mg - m_L g)\frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a}\right)$$

وتمثل معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى من الشكل

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B \quad \ldots (*)$$

2-2) عبارة $\tau$ و $B$

بالمطابقة نجد :

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$$

ويمثل الزمن المميز للسقوط

$$B = g\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a}\right)$$

ويمثل التسارع الإبتدائي

2-3) بتبيان أن :

$$v(t) = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B$$

حل للمعادلة :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B \quad \ldots (1)$$

$$v(t) = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B \quad \ldots (2)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v_1}{\tau}e^{-t/\tau} + Be^{-t/\tau} \quad \ldots (3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1) نجد

$$-\frac{v_1}{\tau}e^{-t/\tau} + Be^{-t/\tau} + \frac{v_1}{\tau}e^{-t/\tau} - Be^{-t/\tau} + B = B$$

$$\Rightarrow B = B$$

ومنه : $v = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B$ حل للمعادلة .

2-4) عبارة $v(t)$ بدلالة $v_1$ ، $\tau$ و $v_{lim}$

من (*) في النظام الدائم : $v = v_{lim} = cte$

$$\Rightarrow \frac{v_{lim}}{\tau} = B$$

$$\Rightarrow (v_{lim} = \tau B)$$

ومنه : $v(t) = (v_1 - v_{lim})e^{-t/\tau} + v_{lim}$

3) السرعة الحدية $v_{lim}$

بيانيا نجد : $(v_{lim} = 0,38 m/s)$

معامل اللزوجة $\eta$

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r} \Rightarrow \eta = \frac{m}{6\pi r\tau}$$

$$\eta = \frac{4/3\pi r^3 \rho_a}{6\pi r\tau}$$

$$\eta = \frac{2r^2\rho_a}{9\tau}$$

بيانيا : $(\tau = 39,6.10^{-3} s)$

$$\eta = \frac{2(5.10^{-3})^2 \cdot 7800}{9 \times 39,6.10^{-3}}$$

$$(\eta = 5 Kg/m.s)$$

الكتلة الحجمية $\rho_L$

$$B = g\left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a}\right) \Rightarrow \rho_L = \rho_a\left(1 - \frac{B}{g}\right)$$

من جهة : $B = \frac{v_{lim}}{\tau}$

$$\Rightarrow \rho_L = \rho_a\left(1 - \frac{v_{lim}}{\tau . g}\right)$$

AN : $\rho_L = 7800\left(1 - \frac{0,38}{39,6.10^{-3} \times 9,8}\right)$

$$\rho_L = 7800 \times 0,02$$

$$(\rho_L = 156 Kg/m^3)$$