ثانوية وادي الجمعة

المستوى : نهائي علوم تجريبية المدة: 3ساعات

لامتحان التجريبي دورة ماي 2009 ( الرياضيات)

**اختر احد الموضوعين :**

**الموضوع الاول**

**التمرين الاول :**

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس 

نعتبر النقط I(0,0,6),A(3,0,6) ,L(2,3,0),K(0,1,4)ونسمي (D)المستقيم الذي يشمل النقطتين A و I

ونسمي المستوي Q ذو المعادلة y-2z+12=0

1. بين ان النقط I,L,Kتشكل مستو (P) اعط تمثيل وسيطي له ثم استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي
2. برهن ان تقاطع (P) و (Q) هو المستقيم (D)
3. برهن ان (P) و (Q) يقطعان المحور (o,j) ثم عين احداثيات النقطتين B و C تقاطع (p) و (Q) مع المحور (o,j)على الترتيب
4. برهن ان المستقيم (OA) والمستوي الذي يشمل B وناظمي له AC يتقاطعان في نقطة ثابتة H
5. عين بعدH عن كل من (P) و (Q)

**التمرين الثاني :**

لتكن الدالة  المعرفة على كما يلي:  .نسمي (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس 

( وحدة الرسم =  )

لتكن  الدالة المعرفة على  بـ : 

1. أحسب الدالة المشتقة  و عين إشارتها ثم ضع جدول تغيرات الدالة  مع حساب النهايات
2. برهن أن المعادلة  تقبل حل وحيد  في  ثم علل أن  ثم استنتج إشارة  على 
3. ادرس تغيرات الدالة  ثم ضع جدول تغيراتها
4. برهن أن  باستعمال حصر العدد  عين حصر لـ  في مجال طوله 
5. برهن أن المستقيم الذي معادلته مستقيم مقارب للمنحنى (C) في جوار  ثم حدد وضعية (C) بالنسبة لـ 
6. أرسم  ، (C)
7. **أ (**عين الأعداد الحقيقية  بحيث تكون الدالة  المعرفة على  بـ  دالة أصلية للدالة

2 +2)e – x  (x x

**ب)** أحسب بدلالة  المساحة بـ  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم  و المستقيمين  و 

بين أن

**التمرين الثالث**

كيس به 10 قريصات مرقمة من 1 الى 10 نسحب عشوائيا في ان واحد 3 قريصات

1. ماهو عدد امكانيات سحب على الاقل قريصة تحمل رقما زوجيا
2. AوBحادثتان حيث p(A)=0.4 , p(B)=0.5 , احتمال الحادثة  p(A هو

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0.1 | 0.25 | 0 | لانعرف |

1. AوBحادثتان حيث  , pA(B)= احسب الاحتمال p(A)
2. Xمتغير عشوائي يهتم بعدد مرات الحصول على عدد زوجي , عرف قانون احتمال X احسب الامل الرياضي و

الانحراف المعياري

**التمرين الرابع**

1. حل في المعادلة  .
2. استنتج , في  , حلول المعادلة  .
3. نضع  . أ ـ أحسب  ,  و .

ب ـ أحسب 

**الموضوع الثاني**

**التمرين الاول**

f دالة معرفة على  كمايلي :

f(x)= وليكن (C)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس(o,i,j)

1. ادرس تغيرات الدالة f
2. بين ان (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) عين معادلنه , ادرس وضعية (C) بالنسبة الى (D)
3. اعط المعادلة الديكارتيةلـ (T) مماس المنحنى (C) عند النقطة فاصلتها 1
4. ارسم (C),(D)و(T)
5.  عدد حقيقي اكبر تماما من الواحد لتكن مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C),(D) و المستقيمين ذوي المعادلتين x= و x=1 احسب ثم نهاية لما يؤول الى 
6. لتكن B نقطة من المنحنى ذات الفاصلة e وليكن V حجم المجسم المحصل عليه بدوران القوس AB حول محور الفواصل بين ان : 

**التمرين الثاني :**

(Un) متتالية عددية حيث :

1. مثل دون حساب الحدود U 1, U 2, U 3 , U 4على محور الفواصل ما تخمينك حول تقارب المتتالية وتغيراتها
2. برهن من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم ان :
3. نعتبر المتتالية (Vn) حيث من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم لدين Vn=Un+ حيث حقيقي

* اوجد بحيث (Vn) هندسية اكتب عندئذ Vn  ثم Un بدلالة n
* متى نقول عن متتالية انها متقاربة , هلى (Un) متقاربة

1. نعتبر المتتالية (Wn) حيث من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم لدينا : Wn=Un+1-Un

* بين ان (Wn) هندسية اكتب Wn بدلالة n
* اذكر الشرط اللازم والكافي لتقارب متتالية , ثم تاكد من صحة تخمينك في السؤال الاول
* بين ان Un=W1+W2+……………+Wn-1+ ثم اكت Un بدلالة n

**التمرين الثالث:**

كيس به 3كرات حمراء و 2بيضاء و3 خضراء يراهن لاعب على سحب الكرات فنقوم بالتجربة التالية

نسحب على التوالي 3كرات من الكيس دون ارجاع كل كرة حمراء مسحوبة تجعله يربح نقطة وكل كرة خضراء تجعله يخسر نقطة اما البيضاء فلا ربح او خسارة عند سحبها

1. احسب احتمال الحوادث التالية

الحادثة A اللاعب يربح ثلاث نقط

الحادثB اللاعب يربح نقطة وحيدة

الحادثة C اللاعب يخسر نقطتين

الحادث D اللاعب لايربح ولايخسر

1. هل يمكن اعتبار اللعبة مربحة للاعب علل

**التمرين الرابع :**

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (o,u,v) وحدة الطول 4 سنتمتر

النقطة A لاحتها العدد المركب i والنقطة B لاحقتها العدد المركب وليكن الدوران r الذي مركزه النقطة O

وزاويته

1. اعط العبارة المركبة للدوران r
2. *عين ZC لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران r*
3. *عين ZD لاحقة النقطة D مرجح النقط C ,B,A المرفقة بالمعاملات 2 ;-1 ;2 على الترتيب*
4. *بين ان النقط A,B,C,D تنتمي الى نفس الدائرة*

**التصحيح النموذجي للمتحان التجريبي**

**التمرين الاول**

1. **اثبات ان النقط تشكل مستو:**

لدينا الشعاعان غير مرتبطان خطيا وبالتالي النقط تشكل مستو ونقول عن الشعاعين انهما اساس للمستوي من اجل كل نقطة M(x,y,z) من المستوي (p) يوجد عددين حقيقين و حيث

ومنه نجد IM=IL+ IK

ومنه المعادلة الديكارتية بعد التخلص من و هي 2y+z-6=0

1. **اثبات ان تقاطع (P) و(Q) هو (D)** كلا من المستويين يشتركان في النقطتين A وi المشكلتين للمستقيم تنتميان الى المستويين والمستويين حسب الشعاعين النظميين لهما فهما متقاطعان ويتقاطعان وفق المستقيم (D)
2. **اثبات ان المستويين يقطعان المحور (o,j) في النقطتين A وB على الترتيب:**

المحور (o,j)معادلاته وبالتالي B(0,3,0) و C(0,-12,0)

1. **تعيين النقطة H :**

كتابة معادلة المستوي يشمل B وشعاع ناظمي له AC معادلته هي x+4y+2z-12=0 والمستقيم

(OA)تمثيله الوسيطى مع t وسيط حقيقي بالتعويض نجد H(12/5,0,24/5)

المسافة بين H والمستويين (P)و(Q) هي على الترتيب و

**التمرين الثاني**

ولا: لتكن  الدالة المعرفة على  بـ : 

1- **دراسة نهاية الدالة** عند  و :  و  ( التعليل في النهايات مطلوب)

2- **حساب الدالة المشتقة ** و تعيين إشارتها ثم وضع جدول تغيرات الدالة 

 ومنه  من أجل  و  من أجل 

|  |  |
| --- | --- |
| 2 | x |
| + 0 + |  |
| 1 | تغيرات  الدالةg |

1. الدالة g مستمرة و رتيبة تماما على  و ; وحسب نظرية القيم المتوسطة

فان المعادلة  تقبل حل وحيد و بما أن فان الحل يحقق 

4- **من جدول التغيرات نستنتج** : من أجل  فان  و من أجل  فان 

من أجل  فان 

**الجزء ب دراسة الدالة** 

1- **حساب النهايات**  و 

2- من أجل كل عدد حقيقي  

3- نستنتج باستعمال **الجزء أ** الدالة  متزايدة تماما على و متناقصة تماما على المجال 

|  |  |
| --- | --- |
|  | x |
| + 0 - |  |
|  | تغيرات  الدالةf |
|  |  |

4 - من الفرع أ لدينا  أي  و منه  و بالتعويض نجد



1. بما أن  فان المستقيم الذي معادلته مستقيم مقارب للمنحنى (C)

في جوار  و لتحديد وضعية (C) بالنسبة لـ  ندرس اشارة  أي ندرس اشارة  من أجل كل   و منه المنحنى (C) يقع فوق المستقيم 

6 - معادلة للمماس T للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 0 

7 - رسم  ، T ثم (C) ( أنظر الرسم أسفل الورقة )

8 - **أ)** تعيين الأعداد الحقيقية  بحيث تكون الدالة  المعرفة على  بـ 

دالة أصلية للدالة  بعد حساب نجد في الاخير  ومنه 

**ب)** حساب المساحة وبدلالة   ( علما أن الوحدة المربعة هي 4cm² )



** ج)** من الفرع أ لدينا 

ومنه 

و لدينا

**ا** ومنه نجد 

**التمرين الثالث:**

**عدد امكانيات سحب قريصة على القل تحمل رقم زوجي : السحب في ان واحد كل سحب عبارة عن توفيقة**

الحصول على عدد زوجي على الاقل معناه الحصول على عددزوجي وعددين فرديين او عددين زوجيين

وعدد فردي او الاعداد الثلاث فردية

**قانون الاحتمال** : قيم المتغير X هي 0 ;1 ;2 ;3 عدد الحالات الكلية هو

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 2 | 1 | 0 | X |
| 1/12 | 5/12 | 5/12 | 1/12 | P(X=x) |

**احتمال**  : ومنه

**احتمال الحادثة** A : ومنه p(A)=0.66

**التمرين الرابع:**

1. حل في المعادلة  . لدينا  و منه  و منه المعادلة تقبل حلين

هما  و 

1. استنتاج في  حلول المعادلة لدينا  ومنه 

اما  أو  أو 

1. نضع إ ذنu حل للمعادلة الأولى أي  ومنه  ومنه 

و بماان u حل للمعادلة  ا ذن  ومنه  ونعلم أن  منه  اذن 

ومنه  و بما أن  اذن 

**التمرين الاول :**

+

**دراسة تغيرات** f :

0

حيث g(x)=x2 +1 – lnx

**دراسة تغيرات** g:

+

|  |  |
| --- | --- |
|  | X |
|  | G’ |
| 1.8 | G(x) |

من خلال جدول تغيرات g فانها موجبة دوما

الدالة f متزايدة تماما

**النهايات** :

المستقيم المقارب المائل : اذن المستقيم ذو المعادلة y=x-1 خط مقارب مائل

الوضعية النسبية : f(x)-(x-1)= ومنه اشارة الفرق من اشارة البسط لان المقام موجب حسب مجموعة التعريف

المنحنى اسفل المستقيم المنحنى فوق المستقيم المنحنى يقطع المستقيم

**المماس** : y=2x-2

**الرسم**

**المساحة** : **حساب التكامل** : نضع v’(x)=1/x u(x)=lnx اذن

ومنه اذن او مباشرة من الشكل uxu’

موضحة بالشكل

مقطع المستوي الموازي لمحور التراتيب بالمجسم المحصل عليه بدوران جزء من البيان حول محور الفواصل هو قرص نصف قطره f(x) مساحته وبالتالي الحجم v هو

**التمرين الثاني**

**تمثيل الحدود :**



من خلال التمثيل نلاحظ ان المتتالية يمكن ان تكون متناقصة ومتقاربة نحو نقطة التقاطع

**البرهان بالتراجع** : من اجل n=1 الخاصية محققة

نفرض صحتها من اجل n ونلرهن صحتها من اجل n+1

*اذن ومنه صحة الخاصية من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم*

***اثبات ان المتتالية (Vn) هندسية***

*لدينا*  Vn+1 = Un+1 + ومنه

***الحد العام*** : للمتتالية (Vn) : ومنه

***تكون متتالية متقاربة اذا قبلت نهاية منهية نلاحظ ان نهاية Un هي 1/3***

*اثبان ان (Wn) هندسية : Wn+1=Un+2-Un+1=2/5Un+1-2/5Un=2/5Wn  اذن فهي هندسية اساسها 2/5 حدها العام يكتب Wn=-1/10(2/5)n*

***الشرط اللازم والكافي لتقارب متتالية هو ان تكون متزايدة ومحدودة من الاعلى او متناقصة ومحدودة من الاسفل***

*لدينا اذن(Un) فهي متناقصة ومحدود من الاسفل حسب السؤال الثاني اذن المتتالية (Un) متقاربة*

**اثبات ان Un=W1+W2+……………+Wn-1+ ثم كتابة Un بدلالة n**

لدينا :W1=U2 –U1

W2=U3-U2

.

.

.

Wn-1=Un-Un-1

بالجمع طرف الى طرف نجد W1+W2+W3+…………….Wn=Un-U1

ومنه Un= W1+W2+W3+…………….Wn-1+1/2 ولدينا المتتالية (Wn) هندسية

W1+W2+W3+…………….Wn يمثل مجموع لها

***التمرين الثالث***

*باستعمال الشجرة المثقلة نجيب عن كل الاسئلة*

*P(A)=1/56  ; p(B)=9/56 ; p(C)=12/56 ; p(D)=15/56*

*قانون الاحتمال : قيم x هي -3 ;-2 ;-1 ;0 ;1 ;2 ;3*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *3* | *2* | *1* | *0* | *-1* | *-2* | *-3* | *X* |
|  |  |  |  |  |  |  | *P(x)* |

*الامل الرياضي E(x)=-3/28*

اللعية غير عادلة

**التمرين الرابع :**

العبارة المركبة للدوران هي

لاحقة Cصورة النقطة B بالدوران هي

صورة النقطةD *مرجح النقط C ,B,A المرفقة بالمعاملات 2 ;-1 ;2 على الترتيب*

*لدينا OA=OB=OC=OD=1 اذن النقط تنتمي الى نفس الدائرة ذات المركز 0 ونصف القطر 1*

*حساب النسبة وبالتالي DC=EC ولدينا (DC,EC)= وبالتالي المثلث متقايس الاضلاع*