الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة — المستوى : 3 ثانوي

الأستاذ: بوقفة عبد الفتاح — شعبة : علوم تجريبية

# الإختبار التجريبي رقم 10 شعبة علوم (Bac 2022)

## التمرين 01 (4 نقاط) — 24 دقيقة

في كل سؤال يوجد إقتراح واحد صحيح عينه مع التبرير .

1. الحل العام للمعادلة التفاضلية $y' - \sin(3x) = 0$ هي الدوال $y$ حيث :

أ) $y = 3\cos(3x) + c$ ، ب) $y = -\frac{1}{3}cox(3x) + c$ ، جـ) $y = -3\cos(3x) + c$

2. الدوال الأصلية للدالة $f(x) = \frac{1}{x}(\ln x^2 + x)$ على المجال $]0; +\infty[$ هي الدوال $F$ حيث :

أ) $F(x) = (\ln x)^2 + x + c$ ، ب) $F(x) = 2\ln x^2 + x + c$ ، جـ) $F(x) = \frac{(\ln x)^2}{2} + x + c$

3. المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $v_n = \frac{1}{e^{1-n}}$ هي متتالية هندسية أساسها

أ) $\frac{1}{e}$ ، ب) $\sqrt{e}$ ، جـ) $e$

## التمرين 02 (4 نقاط) — 40 دقيقة

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء تحمل الأرقام 1، 1، 1 ، 0، 1− و خمس كرات سوداء مرقمة بـ : 1، 1، 0 ، 0، 1− لا نميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الصندوق .

نعتبر الأحداث التالية : $A$ " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط "

$B$ " الحصول على كرة بيضاء تحمل الرقم 1 على الأقل " ، $C$ " الكرات الثلاثة المسحـوبة تحمل نفس الرقم "

$D$ " الحصول على ثلاث كرات ليست من نفس اللون " ، $F$ " مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي 0 "

1. أحسب الإحتمالات التالية : $P(A)$ و $\mathrm{P(B)}$ و $\mathrm{P(C)}$

2. بين أن $P(D) = \frac{5}{6}$ ، $P(F) = \frac{31}{120}$ ، ثم أحسب $P(D \cap F)$

3. إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ماهو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث ليست من نفس اللون؟

4. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج الرقن الأصغر من بين أرقام الكرات الثلاث المسحوبة

أ/ عين قيم المتغير X ، ثم عرف قانون إحتماله .

ب/ أحسب أمله الرياضي .

إن مشقة الطاعة تذهب ويبقى ثوابها ، وإن
لذة المعصية تذهب ويبقى عقابها

## التمرين 03 (5 نقاط) — 45 دقيقة

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $N$ بـ : $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$

1. أحسب الحــدود $u_1$ و $u_2$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $2 \le u_n \le 4$
2. بين أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة ثم إستنتج أنها متقاربة .
3. أ/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $4 - u_{n+1} \le \frac{4-u_n}{2}$

   ب/ استنتج من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 \le 4 - u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
4. نضع $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

   بين أن $4\left(n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right) \le S_n \le 4(n+1)$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

## التمرين 04 (7 نقاط) — 70 دقيقة

I- لتكن الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$ .

1. أدرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .
2. أ/ بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1{,}31 < \alpha < 1{,}32$ .

   ب/ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

II- $f$ هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - e + \frac{1-\ln x}{x}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الرسم $2cm$ .

1. بين أن : $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x) = +\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .
2. بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x - e$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ، ثم أدرس الوضع النسبي بينهما .
3. أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال : $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

   ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ .
5. أنشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$ .
6. نعتبر الدالتين $H$ و $h$ المعرفتين على $]0;+\infty[$ كمايلي : $H(x) = \ln x - \frac{1}{2}(\ln x)^2$ و $h(x) = \frac{1-\ln x}{x}$

   أ/ بين أن $H$ هي دالة أصلية للدالة $h$ على المجال $]0;+\infty[$ .

   ب/ إستنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ .

ليست كل العواصف تأتي لعرقلة الحياة ، بعضها يأتي لتنظيف الطريق

بالتوفيق إن شاء الله

# الحل المفصل للاختبار التجريبي رقم 10

## التمرين 01

① $y' - \sin 3x = 0$

$y' = \sin 3x$

تذكير

$[\sin(ax+b)] = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)$

ومنه

$y = -\frac{1}{3}\cos 3x + c$

ومنه الإجابة الصحيحة هي (ب)

② $f(x) = \frac{1}{x}(\ln x^2 + x)$

بما أن $x \in ]0;+\infty[$ فإن

$\ln x^2 = 2\ln x$

وعليه

$f(x) = \frac{1}{x}(2\ln x + x)$

$f(x) = 2\left(\frac{1}{x}\right)\ln x + 1$

تذكير

$[u' u^n] = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$

وعليه

$F(x) = 2\frac{(\ln x)^2}{2} + x + c$

$F(x) = (\ln x)^2 + x + c$

ومنه الإجابة الصحيحة هي (أ)

③ $v_n = \frac{1}{e^{1-n}}$

$v_n = e^{-(1-n)} = e^{n-1}$

$v_n = e^{-1} \cdot e^n$

ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\boxed{e}$ لأن

$v_{n+1} = e^n$

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{e^n}{e^{n-1}} = e^{n-n+1} = \boxed{e^1}$

## التمرين 2

لدينا الحالات الممكنة للسحب بما أن السحب في آن واحد نستخدم التوفيقة

$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!\times 7!} = \boxed{120}$

① حساب $P(A)$

$(B\ N\ N)$

$P(A) = \frac{C_5^1 C_5^2}{120} = \boxed{\frac{50}{120}}$

حساب $P(B)$

$(B_1 N N)$ أو $(B_1 B_1 N)$ أو $(B_1 B_1 B_1)$

$P(B) = \frac{C_3^1 C_5^2 + C_3^2 C_5^1 + C_3^3 C_5^0}{120} = \boxed{\frac{46}{120}}$

حساب $P(C)$

$(1,1,1)$ أو $(0,0,0)$

$P(C) = \frac{C_5^3 + C_3^3}{120} = \boxed{\frac{11}{120}}$

② بين أن $P(D) = \frac{5}{6}$

$\bar{D}$ "ثلاث كرات من نفس اللون"

$(BBB)$ أو $(NNN)$

$P(\bar{D}) = \frac{C_5^3 + C_5^3}{120} = \frac{20}{120}$

نعلم أن

$P(D) = 1 - P(\bar{D})$

$P(D) = 1 - \frac{20}{120} = \frac{100}{120}$

$P(D) = \frac{100\div 20}{120\div 20} = \boxed{\frac{5}{6}}$

م.و.ه

بين أن $P(F) = \frac{31}{120}$

$(0,0,0)$ أو $(0,1,-1)$

$P(F) = \frac{C_3^3 + C_3^1 C_5^1 C_2^1}{120} = \frac{31}{120}$

م.و.ه

حساب $P(D\cap F)$

"$D\cap F$" الحصول على ثلاث كرات مختلفة في اللون و مجموع أرقامها يساوي 0 "

نعتبر الحالة "H" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون ومجموعهم يساوي 0

$(B_0 B_1 B_{-1})$ أو $(N_0 N_1 N_{-1})$

$P(H) = \frac{C_1^1 C_3^1 C_1^1 + C_2^1 C_2^1 C_1^1}{120}$

$P(H) = \frac{7}{120}$

$P(D\cap F) = P(F) - P(H)$

$= \frac{31}{120} - \frac{7}{120} = \boxed{\frac{24}{120}}$

طريقة ②

$B_0 B_1 N_{-1} = C_1^1 C_3^1 C_1^1 = 3$

$B_0 B_{-1} N_1 = C_1^1 C_1^1 C_2^1 = 2$

$B_1 B_{-1} N_0 = C_3^1 C_1^1 C_2^1 = 6$

$N_0 N_1 B_{-1} = C_2^1 C_2^1 C_1^1 = 4$

$N_0 N_{-1} B_1 = C_2^1 C_1^1 C_3^1 = 6$

$N_1 N_{-1} B_0 = C_2^1 C_1^1 C_1^1 = 2$

$B_0 N_0 N_0 = C_1^1 C_2^2 = 1$

ومنه

$P(D\cap F) = \frac{3+2+6+4+6+2+1}{120}$

$P(D\cap F) = \boxed{\frac{24}{120}}$

③ إذا كان مجموع الأرقام معدوم ما احتمال أن تكون مختلفة في اللون

$P_F(D) = \frac{P(F\cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{24}{120}}{\frac{31}{120}}$

$P_F(D) = \boxed{\frac{24}{31}}$

④ قيم $X$

$X = \{-1, 0, 1\}$

$X=-1$ إذا سحبنا إما $(-1,-1,-1)$ أو $(-1,1,-1)$

$X=0$ إذا سحبنا $(0,0,0)$ أو $(0,0,1)$ أو $(0,1,1)$

$P(X=0) = \frac{C_3^3 + C_3^2 C_5^1 + C_3^1 C_5^2}{120}$

$X=1$ إذا سحبنا $(1,1,1)$

قانون الاحتمال

$P(X=-1) = \frac{C_2^1 C_8^2 + C_2^2 C_8^1}{120}$

$P(X=-1) = \boxed{\frac{64}{120}}$

$P(X=0) = \frac{C_3^3 + C_3^2 C_5^1 + C_3^1 C_5^2}{120}$

$P(X=0) = \boxed{\frac{46}{120}}$

$P(X=1) = \frac{C_5^3}{120} = \boxed{\frac{10}{120}}$

| $x_i$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{64}{120}$ | $\frac{46}{120}$ | $\frac{10}{120}$ |

4) حساب الأمل الرياضي

$E(X) = \sum_{i=1}^{n=3} x_i p_i$

$= \frac{(-1\times 64)+(0\times 64)+(1\times 10)}{120}$

$E(X) = \frac{-54}{120}$

$\boxed{E(X) = -0{,}45}$

التمرين 3:

$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n} \end{cases}$

1) حساب الحدود $u_1$ و $u_2$

$u_{0+1} = 5 - \frac{4}{u_0} = 5 - \frac{4}{2}$

$\boxed{u_1 = 3}$

$u_{1+1} = 5 - \frac{4}{u_1} = 5 - \frac{4}{3}$

$\boxed{u_2 = \frac{11}{3}}$

2) برهان بالتراجع $2 \le u_n \le 4$:

نسمي الخاصية $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي $n$: $2 \le u_n \le 4$

*) من أجل $n=0$ لدينا $2 \le u_0 = 2 < 4$ ومنه $P(0)$ صحيحة

*) نفرض أن $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي نبرهن $2 \le u_{n+1} \le 4$

لدينا $2 \le u_n \le 4$

$\frac{1}{4} \le \frac{1}{u_n} \le \frac{1}{2}$

$-\frac{4}{2} \le -\frac{4}{u_n} \le -\frac{4}{4}$

$-2 \le -\frac{4}{u_n} \le -1$

$5-2 \le 5 - \frac{4}{u_n} \le 5-1$

$2 < 3 \le u_{n+1} \le 4$

$2 \le u_{n+1} \le 4$

ومنه $P(n+1)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $n$ ومنه نستنتج حسب مبدأ البرهان بالتراجع أن $2 \le u_n \le 4$



③ ب) بين أن $(u_n)$ متزايدة

ندرس إشارة الفرق

$u_{n+1} - u_n = 5 - \frac{4}{u_n} - u_n$

$= \frac{5u_n - 4 - u_n^2}{u_n}$

$= \frac{-u_n^2 + 5u_n - 4}{u_n}$

بما أن $2 \le u_n \le 4$ فإن إشارة الفرق من إشارة البسط

$-u_n^2 + 5u_n - 4 = 0$

$\Delta = 9 > 0$

$u_{n_1} = \frac{-5+3}{2(-1)} = \frac{-2}{-2} = \boxed{1}$

$u_{n_2} = \frac{-5-3}{2(-1)} = \boxed{4}$

| $u_n$ | $-\infty$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_{n+1}-u_n$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

بما أن $2 \le u_n \le 4$ فإن $u_{n+1} - u_n \geq 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

استنتاج أنها متقاربة

بما أن $(u_n)$ متزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 4 فهي متقاربة

③ أ) برهن أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$

$4 - u_{n+1} \le \frac{4 - u_n}{2}$

$4 - u_{n+1} = 4 - 5 + \frac{4}{u_n}$

$= -1 + \frac{4}{u_n}$

$= \frac{-u_n + 4}{u_n}$

$4 - u_{n+1} = \frac{1}{u_n}(4 - u_n)$

بما أن: $2 \le u_n \le 4$

$$\frac{1}{4} \le \frac{1}{u_n} \le \frac{1}{2}$$

$$\frac{4-u_n}{4} \le \frac{4-u_n}{u_n} \le \frac{4-u_n}{2}$$

$$4-u_{n+1} \le \frac{4-u_n}{u_n} \le \frac{4-u_n}{2}$$

بالتعدي $4-u_{n+1} \le \frac{4-u_n}{2}$

و.هـ.م

ب) استنتاج $0 \le 4-u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

من أجل $n=0$: لدينا

$$0 \le 4-u_0 = 2 \le \left(\frac{1}{2}\right)^{0-1} = 2$$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n=0$

* نفرض أن الخاصية محققة من أجل $n$ ونبرهن صحتها من أجل $n+1$

أي نبرهن أن $0 \le 4-u_{n+1} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ ??

لدينا $0 \le 4-u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

بالضرب في $\frac{1}{2}$ نجد

$$0 \le \frac{1}{2}(4-u_n) \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$0 \le \frac{4-u_n}{2} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

لدينا مما سبق $4-u_{n+1} \le \frac{4-u_n}{2}$

بالتعدي نجد

$$0 \le 4-u_{n+1} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n+1$

ومنه نستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن

$$0 \le 4-u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

حساب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

بما أن $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 0$

فإنه حسب مبرهنة الحصر

$$\lim_{n\to+\infty} 4-u_n = 0$$

$$\lim_{n\to+\infty} -u_n = -4$$

$$-\lim_{n\to+\infty} u_n = -4$$

ومنه $\boxed{\lim_{n\to+\infty} u_n = 4}$

4) بين أن

$$4\left(n+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right) \le S_n \le 4(n+1)$$

لدينا $0 \le 4-u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$n=0 \Rightarrow 0 \le 4-u_0 \le \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$n=1 \Rightarrow 0 \le 4-u_1 \le \left(\frac{1}{2}\right)^{0}$

$n=2 \Rightarrow 0 \le 4-u_2 \le \left(\frac{1}{2}\right)^{1}$

$\vdots$

$n \Rightarrow 0 \le 4-u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

بالجمع نجد

$$0 \le 4(n+1)-S_n \le \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{0}+\dots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$$

مجموع متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول 2

$$0 \le 4(n+1)-S_n \le 2\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right)$$

$$0 \le 4(n+1)-S_n \le 4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$

$$-4(n+1) \le -S_n \le 4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)-4(n+1)$$

$$4(n+1)-4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) \le S_n \le 4(n+1)$$

$$4\left(n+1-1+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) \le S_n \le 4(n+1)$$

$$4\left(n+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) \le S_n \le 4(n+1)$$

و.هـ.م

حساب نهاية $S_n$

$$\lim_{n\to+\infty} 4(n+1) = \lim_{n\to+\infty} 4\left(n+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = +\infty$$

ومنه حسب مبرهنة الحصر فإن

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} S_n = +\infty}$$

## التمرين 4

$g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

① إتجاه تغير الدالة g

$g'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2+1}{x} > 0$

ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

| $x$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | $\|$ | $+$ |
| $g(x)$ | $\|$ $-\infty$ | $\nearrow$ $+\infty$ |

$\lim\limits_{x \to 0^>} x^2 - 2 + \ln x = \boxed{-\infty}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 - 2 + \ln x = \boxed{+\infty}$

② أ) بين أن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا

g مستمرة و متزايدة على $[1,31;1,32]$ و

$g(1,31) = -0,01$

$g(1,32) = 0,02$

$g(1,31) \times g(1,32) < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث

$1,31 < \alpha < 1,32$

ب) إشارة $g(x)$

| $x$ | $0$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $\|$ $-$ | $0$ | $+$ |

II) $f(x) = x - e + \frac{1-\ln x}{x}$

1) بين أن $\lim\limits_{x \to 0^>} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0^>} x - e + \frac{1-\ln x}{x} = \boxed{+\infty}$

لأن

$\lim\limits_{x \to 0^>} x - e = -e$

و

$\lim\limits_{x \to 0^>} 1 - \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0^>} \frac{1-\ln x}{x} = +\infty$

### تفسير النتيجة بيانيا

$x=0$ مستقيم مقارب عمودي لـ $(C_f)$

بجوار $+\infty$

حساب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x - e + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} = \boxed{+\infty}$

② بين أن $y = x - e$ مقارب مائل

$\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-e)] = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[\frac{1-\ln x}{x}\right]$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \left[\frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}\right] = \boxed{0}$

ومنه المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x - e$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$

### الوضع النسبي

ندرس إشارة الفرق

$f(x) - (x-e) = \frac{1-\ln x}{x}$

بما أن $x \in ]0;+\infty[$ فإن $x > 0$ (موجبة تماما)

ومنه إشارة الفرق من إشارة البسط.

$1 - \ln x \geq 0$

$-\ln x \geq -1$

$\ln x \leq 1 \Rightarrow \boxed{x \leq e^1}$

| $x$ | $0$ | $e$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)-(x-e)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $(e;0)$ | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ |

3) أ) بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

$$f'(x)=1+\frac{-\frac{1}{x}(x)-1(1-\ln x)}{x^2}$$

$$f'(x)=1+\frac{-1-1+\ln x}{x^2}=\frac{x^2-2+\ln x}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$$

و.هـ.م

ب) إتجاه تغير الدالة $f$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه

$f$ متزايدة على المجال $]\alpha;+\infty[$ و

متناقصة على المجال $]0;\alpha[$

جدول التغيرات

| $x$ | $0$ $\quad$ $\alpha$ $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ $\quad$ $0$ $\quad$ $+$ |
| $f(x)$ | $+\infty \searrow f(\alpha) \nearrow +\infty$ |

4) بين أن $f(\alpha)=\alpha-e-\frac{1}{\alpha}$

$$f(\alpha)=\alpha-e+\frac{1-\ln\alpha}{\alpha} \quad \dots (I)$$

لدينا $g(\alpha)=0$ ومنه

$$\alpha^2-2+\ln\alpha=0$$

$$\boxed{\ln\alpha=2-\alpha^2} \quad \dots (1)$$

بتعويض (1) في (I) نجد

$$f(\alpha)=\alpha-e+\frac{1-(2-\alpha^2)}{\alpha}$$

$$f(\alpha)=\alpha-e+\frac{1-2+\alpha^2}{\alpha}=\alpha-e+\frac{-1+\alpha^2}{\alpha}$$

$$f(\alpha)=\alpha-e-\frac{1}{\alpha}+\frac{\alpha^2}{\alpha}=\alpha-e-\frac{1}{\alpha}+\alpha$$

$$f(\alpha)=2\alpha-e-\frac{1}{\alpha}$$

و.هـ.م

حصر $f(\alpha)$

$$1,31<\alpha<1,32$$

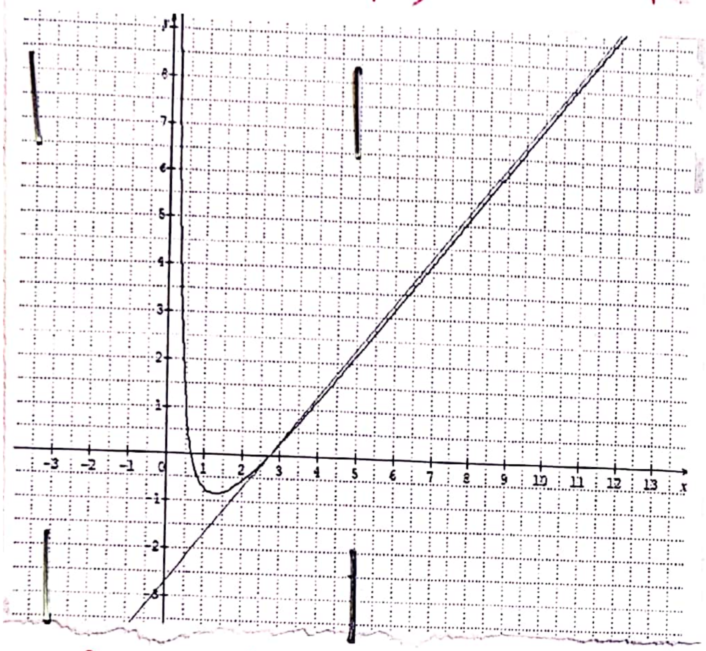
$$-0,09<2\alpha-e<-0,07$$

$$-0,76<-\frac{1}{\alpha}<-0,75$$

$$-0,85<2\alpha-e-\frac{1}{\alpha}<-0,82$$

$$-0,85<f(\alpha)<-0,82$$

5) إنشاء $(\Delta)$ و $(C_f)$



6) أ) بين أن $H$ هي دالة أصلية لـ $h$

يجب أن تكون $H'(x)=h(x)$

$$H'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{x}(\ln x)$$

$$=\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}=\frac{1-\ln x}{x}=h(x)$$

ومنه $H$ دالة أصلية للدالة $h$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) استنتاج دالة أصلية للدالة $f$

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2-ex+\ln x-\frac{1}{2}(\ln x)^2+c$$