الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة — المستوى : 3 ثانوي

الأستاذ: بوقفة عبد الفتاح — شعبة : علوم تجريبية

# الإختبار التجريبي رقم 07 شعبة علوم (Bac 2022)

## التمرين 01 (4 نقاط) — 35 دقيقة

❶ عين الأعداد الحقيقية $a$ و $b$ ، $c$ بحيث من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $\frac{1}{x(x+1)^2}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{(x+1)^2}$

❷ $\lambda$ عدد حقيقي أكبرمن 1 ، أحسب العدد الحقيقي $A$ حيث : $A=\int_1^{\lambda}\frac{1}{x(x+1)^2}dx$ .

❸ نعتبر الدالة $F$ المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ : $\mathrm{F}(\lambda)=\int_1^{\lambda}\frac{\ln x}{(x+1)^3}dx$ .

بإستعمال التكامل بالتجزئة أحسب بدلالة $\lambda$ العدد الحقيقي $\mathrm{F}(\lambda)$ .

❹ بين أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{(x+1)^2}=0$ ، ثم إستنتج $\lim_{\lambda\to+\infty}\mathrm{F}(\lambda)$

لا تحقق الأعمال بالنيات إنما بالإرادة تصنع المعجزات

## التمرين 02 (5 نقاط) — 45 دقيقة

لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ: $\ln(u_{n+1})=-1+\ln(u_n)$

❶ أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n>0$.

ب/ أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$، ثم إستنتج أنها متقاربة .

❷ أ/ بين ان $(u_n)$ هندسية أساسها $e^{-1}$ .

ب/ أكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$. ثم أحسب نهاية $u_n$.

❸ نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $v_n=2+\ln\sqrt{u_n}$ .

أ/ أكتب $v_n$ بدلالة $n$، ثم بين أن $(v_n)$ حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول $v_0$

ب/ أكتب $P_n$ بدلالة $n$ حيث : $P_n=\left(v_1+\frac{1}{2}\right)^1\times(v_2+1)^2\times\ldots\ldots\times(v_n+\frac{n}{2})^n$

❹ من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع : $S_n=e^{2(v_0-2)}+e^{2(v_1-2)}+\cdots+e^{2(v_n-2)}$ .

أكتب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}(e-1)S_n$

## التمرين 03 (04 نقاط) — 35 دقيقة

يحتوي كيس غير شفاف على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها 4 سوداء تحمل الرقم α و ثلاث كريات صفراء تحمل الرقم (α − 1) (حيث α عدد طبيعي غير معدوم )، وكريتين بيضاوين تحملان الرقم 1 .

نسحب عشوائيا من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

❶ أحسب إحتمال الحوادث التالية :

$A$ " سحب على الأكثر كرة بيضاء " ، $B$" سحب ثلاث كريات تحمل نفس العدد " .

$C$ " سحب كريتين بالضبط تحمل الرقم $(\alpha-1)$

2 ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المسجلة على الكريات السوداء المسحوبة ، والذي يأخذ القيمة 0 إذا كانت كل الكريات ليست سوداء .

أ/ عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$ .

ب/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ .

3 أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ بدلالة $\alpha$ .

4 حدد قيم $\alpha$ من أجل $|E(X)-1| \leq 2$ .

الجوع الذي يمر به الصائم وقته معلوم

أما الجوع الذي يمر به الفقير فوقته مجهول

اللهم أطعم كل فقير لا يعلم بحاله إلا أنت

## التمرين 04 (07 نقاط) 65 دقيقة

I- $g$ دالة معرفة على $R$ بـ : $g(x)=2x+1+e^{2x}$

1 أدرس تغيرات الدالة $g$ على $R$ .

2 بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيدا $\alpha$ حيث : $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$ .

3 إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $R$.

II- $f$ هي الدالة المعرفة على $R$ بـ : $f(x)=1-x+(x+1)e^{-2x}$، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

1 أ/ أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها

ب/ إستنتج أن المنحني $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$بجوار $+\infty$ معادلته $y=-x+1$

جـ / أدرس الوضع النسبي بين $(C_f)$ و $(\Delta)$ .

2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=-g(x)e^{-2x}$

ب/ أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3 بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $x_1$ و $x_2$ حيث : $-1{,}2<x_1<-1{,}1$ و $1{,}1<x_2<1{,}2$

4 أنشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$ ، نأخذ $f(\alpha)=2{,}9$

5 بإستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة أصلية للدالة $x\to(x+1)e^{-2x}$ على $R$

6 أحسب $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=-1$

بالتوفيق إن شاء الله

# الحل المفصل للإختبار التجريبي رقم 07

## التمرين 1

$$\frac{1}{x(x+1)^2}$$

① إيجاد $a$ و $b$ و $c$

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{(x+1)^2}=\frac{a(x+1)^2+bx(x+1)+cx}{x(x+1)^2}$$

$$=\frac{ax^2+a+2ax+bx^2+bx+cx}{x(x+1)^2}$$

$$=\frac{(a+b)x^2+(2a+b+c)x+a}{x(x+1)^2}$$

بالمطابقة نجد

$\boxed{a=1}$ و $a+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-1}$

$2a+b+c=0 \Rightarrow \boxed{c=-1}$

ومنه $\dfrac{1}{x(x+1)^2}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

② حساب $A$ حيث $A=\int_1^{\lambda}\frac{1}{x(x+1)^2}dx$

$$\int_1^{\lambda}\frac{1}{x(x+1)^2}dx=\int_1^{\lambda}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}\right)dx$$

$$=\int_1^{\lambda}\frac{1}{x}dx-\int_1^{\lambda}\frac{1}{x+1}dx-\int_1^{\lambda}\frac{1}{(x+1)^2}dx$$

$$=\left[\ln x\right]_1^{\lambda}-\left[\ln(x+1)\right]_1^{\lambda}-\left[\frac{-1}{x+1}\right]_1^{\lambda}$$

$$=\ln\lambda-\left(\ln(\lambda+1)-\ln 2\right)+\frac{1}{\lambda+1}-\frac{1}{2}$$

$$A=\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)+\frac{1}{\lambda+1}+\ln 2-\frac{1}{2}$$

③ باستعمال التكامل بالتجزئة حساب $F(\lambda)$

| | |
|---|---|
| $u(x)=\ln x$ | $u'(x)=\frac{1}{x}$ |
| $v(x)=-\frac{1}{2(x+1)^2}$ | $v'(x)=\frac{1}{(x+1)^3}$ |

$$F(\lambda)=\left[-\frac{\ln x}{2(x+1)^2}\right]_1^{\lambda}-\int_1^{\lambda}\left(\frac{-1}{2(x+1)^2}\times\frac{1}{x}\right)dx$$

$$=\left[-\frac{\ln x}{2(x+1)^2}\right]_1^{\lambda}+\frac{1}{2}\int_1^{\lambda}\frac{1}{x(x+1)^2}dx$$

$$=-\frac{\ln\lambda}{2(\lambda+1)^2}+\frac{1}{2}\left[\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)+\frac{1}{\lambda+1}+\ln 2-\frac{1}{2}\right]$$

$$F(\lambda)=-\frac{\ln\lambda}{2(\lambda+1)^2}+\frac{1}{2}A$$

④ بين أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{(x+1)^2}=0$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{(x+1)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}\times\frac{x}{(x+1)^2}$$

$$=\boxed{0}$$

لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=\boxed{0}$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{(x+1)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=\boxed{0}$$

إستنتاج $\lim_{\lambda\to+\infty}F(\lambda)$

$$\lim_{\lambda\to+\infty}F(\lambda)=\lim_{\lambda\to+\infty}\left[-\frac{\ln\lambda}{2(\lambda+1)^2}+\frac{1}{2}A\right]$$

$$\lim_{\lambda\to+\infty}\left[-\frac{\ln\lambda}{2(\lambda+1)^2}+\frac{1}{2}\left(\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)+\frac{1}{\lambda+1}+\ln 2-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$=\boxed{\frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{4}}$$

لأن $\lim_{\lambda\to+\infty}\frac{1}{\lambda+1}=0$

$$\lim_{\lambda\to+\infty}\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda+1}\right)=\lim_{\lambda\to+\infty}\ln\left(\frac{\lambda}{\lambda}\right)=\ln(1)=0$$

$$\lim_{\lambda\to+\infty}\frac{\ln\lambda}{(\lambda+2)^2}=0$$

## تمرين 2

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \ln(u_{n+1}) = -1+\ln(u_n)\end{cases}$$

① إثبات بالتراجع أن $u_n>0$

من أجل $n=0$ لدينا $u_0=1>0$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n=0$

نفرض أن الخاصية محققة من أجل $n$

ونبرهن صحتها من أجل $n+1$

لدينا $\ln(u_{n+1}) = -1+\ln(u_n)$

$$u_{n+1} = e^{-1+\ln(u_n)}$$

??

$$u_{n+1} = e^{-1}\times u_n \quad >0$$

لدينا $u_n>0$

و $e^{-1}>0$

إذن $e^{-1}u_n>0$

أي أن $u_{n+1}>0$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n+1$

ومنه نستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن $u_n>0$

دراسة إتجاه تغير $(u_n)$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن $u_n>0$

وعليه كل حدود $u_n$ موجبة ومنه لدراسة إتجاه تغير $(u_n)$ يكفينا أن نقارن بين $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و $1$

بما أن $u_{n+1}=e^{-1}u_n$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = e^{-1}<1$$

ومنه نستنتج أن $(u_n)$ متناقصة تماما

إستنتاج أن $(u_n)$ متقاربة

بما أن $(u_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد $0$ فهي متقاربة

تبيين أن $(u_n)$ هندسية أساسها $e^{-1}$

لدينا مما سبق $u_{n+1}=e^{-1}u_n$

ومنه $(u_n)$ متتالية هندسية أساسها $e^{-1}$

عبارة $u_n$ بدلالة $n$

$$u_n = u_0\times q^n = 1\times(e^{-1})^n$$

$$u_n = e^{-n}$$

حساب نهاية $u_n$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} e^{-n} = 0$$

$$v_n = 2+\ln\sqrt{u_n}$$

كتابة $v_n$ بدلالة $n$

$$v_n = 2+\ln\sqrt{e^{-n}}$$

$$v_n = 2+\ln(e)^{-\frac{n}{2}}$$

$$v_n = 2-\frac{n}{2}$$

إثبات أن $(v_n)$ حسابية

$$v_{n+1}-v_n = 2-\frac{n+1}{2}-\left(2-\frac{n}{2}\right)$$

$$= \cancel{2}-\cancel{\frac{n}{2}}-\frac{1}{2}-\cancel{2}+\cancel{\frac{n}{2}}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

ومنه $(v_n)$ متتالية حسابية

أساسها $r = -\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = 2$

## كتابة $P_n$ بدلالة $n$ حيث

$$P_n = \left(v_1+\frac{1}{2}\right)^1 \times \left(v_2+1\right)^2 \times \dots \times \left(v_n+\frac{n}{2}\right)^n$$

لدينا

$$\left(v_n+\frac{n}{2}\right)^n = \left(2-\frac{n}{2}+\frac{n}{2}\right)^n = 2^n$$

ومنه يمكن كتابة $P_n$ على الشكل

$$P_n = 2^1 \times 2^2 \times \dots \times 2^n$$

وعليه

$$P_n = 2^{1+2+\dots+n}$$

$$\boxed{P_n = 2^{\frac{n}{2}(n+1)}}$$

لأن $1+2+\dots+n = \frac{n+1}{2}(n)$

## كتابة $S_n$ بدلالة $n$ حيث

$$S_n = e^{2(v_0-2)} + e^{2(v_1-2)} + \dots + e^{2(v_n-2)}$$

لدينا

$$e^{2(v_n-2)} = e^{2\left(2-\frac{n}{2}-2\right)} = e^{-n} = u_n$$

وعليه يمكن كتابة $S_n$ على الشكل

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

ومتتالية $(u_n)$ هندسية أساسها $q = e^{-1}$

وحدها الأول $u_0 = 1$

$$S_n = u_0\left(\frac{(e^{-1})^{n+1}-1}{e^{-1}-1}\right) = \frac{e^{-n-1}-1}{\frac{1-e}{e}}$$

$$S_n = \left(e^{-n-1}-1\right) \div \frac{1-e}{e}$$

$$= \left(e^{-n-1}-1\right) \times \left(\frac{e}{1-e}\right)$$

$$S_n = e\left(\frac{e^{-n-1}-1}{1-e}\right)$$

$$\boxed{S_n = e\left(\frac{1-e^{-n-1}}{e-1}\right)}$$

$$\boxed{S_n = \frac{e-e^{-n}}{e-1}}$$

## حساب $\lim_{n\to+\infty}(e-1)S_n$

$$\lim_{n\to+\infty}(e-1)\left(\frac{e-e^{-n}}{e-1}\right)$$

$$= \lim_{n\to+\infty} e-e^{-n} = \boxed{e}$$

# تمرين 3

## عدد السحبات الممكنة

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!\times 6!} = \boxed{84}$$

## حساب $P(A)$

A " سحب كرية بيضاء على الأكثر "

أي الحصول على كرية بيضاء واحدة أو عدم سحب أي كرية بيضاء

$(B)(\bar{B})(\bar{B})$ أو $(\bar{B}\,\bar{B}\,\bar{B})$

$$P(A) = \frac{C_2^1C_7^2 + C_2^0C_7^3}{84} = \boxed{\frac{77}{84}}$$

## حساب $P(B)$

B " سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم "

أي الحصول على ثلاث كريات تحمل الرقم $\alpha$ أو ثلاث كريات تحمل الرقم $(\alpha-1)$

$(\alpha)(\alpha)(\alpha)$ أو $(\alpha-1)(\alpha-1)(\alpha-1)$

$$P(B) = \frac{C_4^3+C_3^3}{84} = \boxed{\frac{5}{84}}$$

حساب P(C)

C " سحب كريتين بالضبط تحمل الرقم (α-1)

أي: (α-1) (α-1) $\overline{(\alpha-1)}$

$$P(C)=\frac{C_3^2\,C_6^1}{84}=\boxed{\frac{18}{84}}$$

② أ) قيم X الممكنة

$X=\{0,\alpha,2\alpha,3\alpha\}$

$X=0$ معناه عدم سحب أي كرية سوداء

$X=\alpha$ معناه سحب كرة واحدة سوداء وكريتين ليستا سوداوين

$X=2\alpha$ معناه سحب كريتين سوداوين وكرية واحدة ليست سوداء

$X=3\alpha$ معناه سحب ثلاث كريات سوداء

ب) عرفنا قانون الاحتمال

$X=0$ معناه $(\overline{N}\,\overline{N}\,\overline{N})$ ومنه

$$P(X=0)=\frac{C_5^3\times C_4^0}{84}=\boxed{\frac{10}{84}}$$

$X=\alpha$ معناه $(N\,\overline{N}\,\overline{N})$ ومنه

$$P(X=\alpha)=\frac{C_4^1\,C_5^2}{84}=\boxed{\frac{40}{84}}$$

$X=2\alpha$ معناه $(N\,N\,\overline{N})$ ومنه

$$P(X=2\alpha)=\frac{C_4^2\,C_5^1}{84}=\boxed{\frac{30}{84}}$$

$X=3\alpha$ معناه $(N\,N\,N)$ ومنه

$$P(X=3\alpha)=\frac{C_4^3\,C_5^0}{84}=\boxed{\frac{4}{84}}$$

| $x_i$ | $0$ | $\alpha$ | $2\alpha$ | $3\alpha$ |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{10}{84}$ | $\frac{40}{84}$ | $\frac{30}{84}$ | $\frac{4}{84}$ |

③ حساب الأمل الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n=4}x_i\,p_i$$

$$=\frac{(0\times10)+(\alpha\times40)+(2\alpha\times30)+(3\alpha\times4)}{84}$$

$$\boxed{E(X)=\frac{4}{3}\alpha}$$

④ حدد قيم α من أجل $|E(X)-1|\leq 2$

$$\left|\frac{4}{3}\alpha-1\right|\leq 2$$

$$-2\leq\frac{4}{3}\alpha-1\leq 2$$

$$-1\leq\frac{4}{3}\alpha\leq 3$$

$$-\frac{3}{4}\leq\alpha\leq\frac{9}{4}$$

وبما أن α عدد طبيعي غير معدوم

فإن $\alpha\in\{1,2\}$

## التمرين 4

$g(x)=2x+1+e^{2x}$

① تغيرات الدالة g

- النهايات

$$\lim_{x\to-\infty}2x+1+e^{2x}=\boxed{-\infty}$$

$$\lim_{x\to+\infty}2x+1+e^{2x}=\boxed{+\infty}$$

- المشتقة:

g تقبل الاشتقاق على R ودالتها المشتقة هي

$$g'(x)=2+2e^{2x}>0$$

ومنه g متزايدة تماما على R

تبيين أن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

g مستمرة و متزايدة على $[-0,8;-0,7]$ ولدينا

$g(-0,8)=-0,2$

$g(-0,7)=0,09\Rightarrow g(-0,8)\times g(-0,7)<0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ من المجال $]-0,8;-0,7[$

③ إشارة $g(x)$

| $x$ | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |

(II) $f(x) = 1-x+(x+1)e^{-2x}$

① حساب نهايات $f$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} e^{-2x}\left(x+1+(1-x)e^{2x}\right)$$

$$= \lim_{x\to-\infty} e^{-2x}\left[x+1+e^{2x} - xe^{2x}\right]$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \underbrace{e^{-2x}}_{+\infty}\left[\underbrace{x+1}_{-\infty}+\underbrace{e^{2x}}_{0}-\underbrace{\frac{1}{2}\left(2xe^{2x}\right)}_{0}\right] = \boxed{-\infty}$$

$$\lim_{x\to+\infty} 1-x+xe^{-2x}+e^{-2x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[\underbrace{1-x}_{-\infty}+\underbrace{\frac{1}{-2}\left(-2xe^{-2x}\right)}_{0}+\underbrace{e^{-2x}}_{0}\right] = \boxed{-\infty}$$

ب) إستنتاج أن $(C_f)$ يقبل مستقيما مائلا $(\Delta)$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[(x+1)e^{-2x}\right]$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[xe^{-2x}+e^{-2x}\right]$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \underbrace{\frac{1}{-2}\left(-2xe^{-2x}\right)}_{0}+\underbrace{e^{-2x}}_{0} = 0$$

ومنه $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ بجوار $+\infty$ معادلته $y=-x+1$

ج) الوضع النسبي

ندرس إشارة الفرق

$$f(x)-(-x+1) = (x+1)e^{-2x} = 0$$

$$x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

بما أن $e^{-2x}>0$ فإن إشارة الفرق من إشارة العبارة $(x+1)$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)-(-x+1)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في $(-1;2)$ | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ |

② تبيين أن $f'(x) = -g(x)e^{-2x}$

$$f'(x) = -1+e^{-2x}-2e^{-2x}(x+1)$$

$$= -1+e^{-2x}-2xe^{-2x}-2e^{-2x}$$

$$= -1-2xe^{-2x}-e^{-2x}$$

$$= -\left(1+2xe^{-2x}+e^{-2x}\right)$$

$$= -e^{-2x}\left(\frac{1}{e^{-2x}}+2x+1\right)$$

$$= -e^{-2x}\left(2x+1+e^{2x}\right)$$

$$f'(x) = -g(x)e^{-2x}$$

و ا م

إتجاه التغير بما أن $e^{-2x}>0$ فإن إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$ ومنه نستنتج $f$ متزايدة على المجال $]-\infty,\alpha]$ ومتناقصة على المجال $[\alpha;+\infty[$

| $x$ | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f(x)$ | $-\infty \nearrow$ | $f(\alpha)$ | $\searrow -\infty$ |

تبيين أن $f(x)=0$ تقبل حلين $x_1$ و $x_2$

* $f$ مستمرة ومتزايدة على المجال $[-1,2\,;-1,1]$ ولدينا

$$\begin{cases} f(-1,2) \simeq -0,8 \\ f(-1,1) \simeq 0,05 \end{cases} \Rightarrow f(-1,2)\times f(-1,1)<0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $x_1$ حيث

$$-1,2 < x < -1,1$$

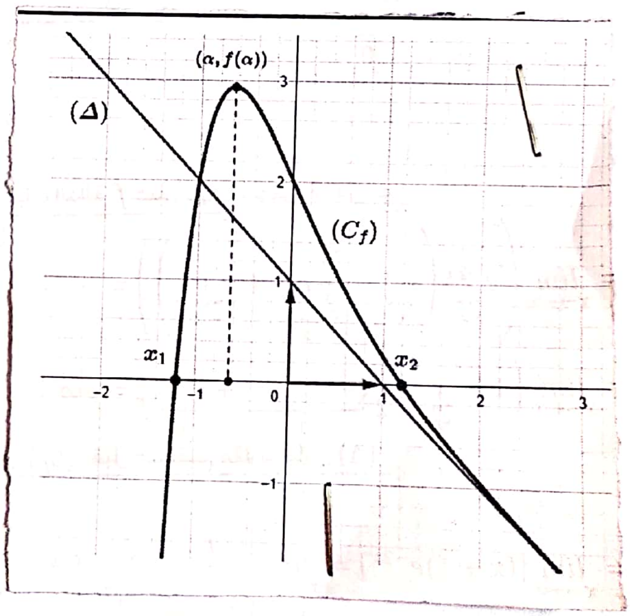
* $f$ مستمرة ومتناقصة على المجال $[1,1\,;1,2]$

$$\begin{cases} f(1,1) \simeq 0,13 \\ f(1,2) \simeq -0,023 \end{cases} \Rightarrow f(1,1)\times f(1,2)<0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $x_2$ من المجال $]1,1\,;1,2[$

ومنه نستنتج أن $f(x)=0$ تقبل حلين $x_1$ و $x_2$

رسم $(C_f)$




إيجاد الدالة الأصلية للدالة $(x+1)e^{-2x}$

| | |
|---|---|
| $u(x)=x+1$ | $u'(x)=1$ |
| $v(x)=-\frac{1}{2}e^{-2x}$ | $v'(x)=e^{-2x}$ |

$$\int (x+1)e^{-2x}dx = \left[\frac{-(x+1)e^{-2x}}{2}\right] - \int -\frac{1}{2}e^{-2x}dx$$

$$= \frac{-(x+1)e^{-2x}}{2} + \frac{1}{2}\int e^{-2x}dx$$

$$= \frac{-(x+1)e^{-2x}}{2} + \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\right]$$

$$= \frac{-(x+1)e^{-2x}}{2} - \frac{1}{4}e^{-2x} + c$$

$$= \frac{-2(x+1)e^{-2x} - e^{-2x}}{4} + c$$

$$\boxed{= \frac{-(2x+3)e^{-2x}}{4} + c}$$

حساب $A$

لما $x\in[-1,0]$ فإن $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ ومنه

$$A = \int_{-1}^{1}(f(x)-(1-x))dx$$

$$= \int_{-1}^{1}(x+1)e^{-2x}dx$$

$$= \left[\frac{-(2x+3)e^{-2x}}{4}\right]_{-1}^{1}$$

$$= \left(-\frac{5}{4}e^{-2} + \frac{1}{4}e^{2}\right)ua$$