الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
إمتحان البكالوريا التجريبية
الشعبة : العلوم التجريبية — دورة : ماي2022
اختبار في مادة : الرياضيات — المـدة : 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيـــين :

الموضوع الأول

التمرين الأول(04نقاط): إختر الإجابة الصحيحة مع التعليل :

-1 حلول المعادلة التفاصلية $y' + 3y - 2 = 0$ هي :
-1 $ce^{-3x} - \frac{2}{3}$ ، -2 $ce^{-3x} + \frac{2}{3}$ ، -3 $ce^{3x} - \frac{2}{3}$.

-2 الدالة الأصلية لدالة $f(x) = ln(x)$ هي :
-1 $xlnx + x + c$ ، -2 $xlnx - x + c$ ، -3 $-xlnx + x + c$.

-3 إذا كان $A = \int_{-2}^{-1} xe^{x}dx$ فإن :

-1 $A = 0$ ، -2 $A > 0$ ، -3 $A < 0$.

-4 يحتوي صندوق على كريتين حمراوين و n كرية بيضاء (بحيث $n > 1$) لانميز بينها باللمس
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس مإحتمال ظهور كريتين من نفس اللون هو:

-1 $\frac{n(n-1)+2}{(n+2)(n+1)}$ ، -2 $\frac{n(n-1)}{(n+2)(n+1)}$ ، -3 $\frac{n(n-1)+1}{(n+2)(n+1)}$.

التمرين الثاني (05 نقاط) : نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين من أجل كل n من $\mathbb{N}$ كما يلي :

$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + v_n}{5} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{4v_n + u_n}{5} \end{cases}$ ونعتبر المتتالية (w_n) المعرفة بـ: $w_n = v_n - u_n$.

-1 برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن : $w_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n$.

-2 أثبت من أجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: $v_n > u_n$.

-3 أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما وان المتتالية (v_n) متناقصة تماما .
ب) إستنتج أن المتتاليتان (v_n) و (u_n) متجاورتان .

-4 (t_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $t_n = v_n + u_n$.

- بين أن المتتالية (t_n) ثابتة ، ثم إستنتج نهاية كل من المتتاليتان (v_n) و (u_n) .

التمرين الثالث(4 نقاط) :
تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد إسمه أحمد و إمرأة واحدة إسمهما هدى ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب إحتمال كل من الأحداث التالية :

A" تكوين لجنة تضم 3 رجال". B" تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين".
C" تكوين لجنة تضم أحمد ". D" تكوين لجنة تضم إما أحمد أو هدى".

أقلب الصفحة

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

التمرين الرابع (07 نقط) :

1) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln(x)$

أ-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} g(x)$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1{,}83<\alpha<1{,}84$ ثم أستنتج إشارة $g(x)$

2) الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2\ln(x)}{x^2+x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة 2cm .

أ- أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ثم فسرهما بيانيا .

ب- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ أن : $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}\times g(x)$ ثم استنتج

اتجاه تغير الدالة f .

جـ- بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$.

4) أنشئ كل من المماس (T) و المنحني (C_f) .

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04نقاط): إختر الإجابة الصحيحة مع التعليل :

1- المجموع $S_n = 1+2+\cdots+n$ يساوي :

1- $S_n = \frac{n^2-n}{2}$ ، -2 $S_n = \frac{n^2+n}{2}$ ، -3 $S_n = \frac{n^2}{2}$.

2-حلول المعادلة $C_n^2 = 3$ بحيث n عدد طبيعي اكبر أو يساوي 2 هي :

-3 $n=2$ ، -2 $n=3$ ، -3 $n=4$.

3-إذا كان $A = \int_{-1}^{1} e^{|x|} dx$ فإن :

-1 $A = 2(e-1)$ ، -2 $A = 2(e+1)$ ، -3 $A = 0$.

4- (v_n)متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي $v_n = \int_n^{n+1} e^x dx$ فإن :

-1 (v_n)متتالية متزايدة ، -2 (v_n) متتالية متناقصة ، -3 (v_n) متتالية ثابتة .

التمرين الثاني (05نقاط): :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{1}{5}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n+1}$.

1)أ - تحقق أنه اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n+1}$.

ب- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \prec u_n \prec \frac{1}{2}$.

2)أ- تحقق أنه اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3)- نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$.

أ- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=6$ و عين حدها الأول v_0

ب - أكتب عبارة v_n بدلالة n و ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) أحسب المجموع S_n و المعرفان كما يلي : $S_n = v_0 + \frac{v_1}{3} + \frac{v_n}{3^2} \text{.........} + \frac{v_n}{3^n}$.

التمرين الثالث (04نقاط): :

صندوق يحتوي على7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء ، كل الكريات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .
نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق و نسجل لونها ، ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرية أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1. أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ- A" الحصول على كريتين بيضاوين ".

ب- B" الحصول على كريتين من نفس اللون ".

أقلب الصفحة

2. نعرف لعبة حظ كما يلي : تمنح لكل كرية بيضاء العلامة α $(\alpha \in R)$ و لكل كرة سوداء العلامة $-\alpha$
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين مجموع النقط المحصل عليها.
أ. عين قانون احتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.
ب. عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

التمرين الرابع (07 نقاط):

I) نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ: $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج انه من اجل كل x من IR : $g(x) \geq 0$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة $1cm$)

1)- احسب $\lim_{n\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{n\to-\infty} f(x)$.

ا- بين انه من اجل كل عدد حقيقي من IR : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، و شكل جدول تغيراتها .

2)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

3)- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x - 1$ مقارب مائل للمحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

4) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]0.1,0.2[$.

ب- أنشئ كل من (Δ) ، (C_f) في نفس المعلم .

5)-أ- عين العدد الحقيقي a حتى تكون الدالة : $H : x \to \frac{ax+a}{e^x}$ دالة أصلية للدالة $h : x \to \frac{x}{e^x}$ على IR .

ب- لتكن S مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = -1$ ، $x = 0$.

*بين أن : $S = e^2 cm^2$

بالتوفيق لكل مجتهد جاد في البكالوريا

إنتهى الموضوع الثاني

التمرين الثاني (4 نقط) :

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد إسمه أحمد و إمرأة واحدة إسمهما هدى ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب إحتمال كل من الأحداث التالية :

A" تكوين لجنة تضم 3 رجال". B" تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين".

C" تكوين لجنة تضم أحمد ". D" تكوين لجنة تضم إما أحمد أو هدى".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X.

التمرين الرابع (07 نقط) :

1) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln(x)$

أ-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} g(x)$.

ب-ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,83<\alpha<1,84$ ثم أستنتج إشارة $g(x)$

2) الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2\ln(x)}{x^2+x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة 2cm .

أ- أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ثم فسرهما بيانيا .

ب- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ أن : $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}\times g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

جـ- بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ عين حصرا للعدد $f(\alpha)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$.

4) أنشئ كل من المماس (T) و المنحني (C_f) .

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$.