الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية الجزائر – شرق | ثانوية رابح بيطاط – المحمدية

امتحان بكالوريا تجريبي | دورة : ماي 2022

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات | المدة : 03ساو30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الاتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد صحيح من الاقتراحات الثلاث يطلب تعيينه مع التعليل.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x+\ln\left(3e^x+1\right)\right)$ تساوي: أ) 0 ب) $\ln 3$ ج) $-\infty$

حلول المعادلة $\ln x-\dfrac{1}{\ln x}=\dfrac{15}{4}$ هي: أ) $S=\left\{e^{\frac{1}{2}};e^4\right\}$ ب) $S=\left\{e^{-\frac{1}{4}};e^4\right\}$ ج) $S=\left\{e^{-4};e^4\right\}$

التكامل $\int_0^1 3xe^{x^2}dx$ يساوي : أ) $\dfrac{3}{2}e$ ب) $\dfrac{3}{2}(e-1)$ ج) $6(e-1)$

المتتالية الهندسية (u_n) التي حدودها موجبة و تحقق : $\ln u_3-\ln u_4=1$ و $\ln u_3+\ln u_4=5$

1) ومنه أساسها هو : أ) $-e$ ب) e^{-1} ج) e

2) و حدها الأول u_1 : أ) $u_1=2$ ب) $u_1=\dfrac{1}{2}$ ج) $u_1=1$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

I. (u_n) المتتالية العددية حيث $u_0=\dfrac{1}{3}$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2+4u_n}$

1) برهن بالتراجع أنه أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0<u_n<1$.

2) بين أنه أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{4\left(u_n-u_n{}^2\right)}{2+4u_n}$ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) بين أن (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

II. (v_n)المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$حيث من اجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{u_n-1}{2u_n}$.

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

2) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) احسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + 3v_1 + 9v_2 + \cdots + 3^n v_n$

و $S'_n = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{u_0}\right)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{u_1}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{u_n}\right)$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

يحتوي كيس u_1 على أربع كريات بيضاء و ثلاث كريات سوداء و كريتين حمراوتين (الكريات لا نميز بينها باللمس).

نسحب من الكيس u_1 عشوائيا ثلاث كريات في أن واحد .

I. احسب احتمال الأحداث الأتية:

A " الحصول على كريتين سوداوين و كرية حمراء" .

B " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون"

C "الحصول على كرية بيضاء على الأقل'

II. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان الظاهرة في السحب .

1) احسب $P(X=3)$ و $P(X=2)$ و $P\left(\overline{|x|>2}\right)$

2) أعط قانون الاحتمال للمتغير X و احسب أمله الرياضياتي .

3) الصندوق u_2 الذي يحتوي على كريتين بيضاوتين و كرية سوداء (الكريات لا نميز بينها باللمس).

نسحب من الكيس u_1 عشوائيا ثلاث كريات في أن واحد ثم نضعها في الصندوق u_2 ثم سحب من الصندوق u_2 كريتين في أن واحد.

–احسب احتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين من الصندوق u_2 بيضاوتين علما أن الكريات المسحوبة من الصندوق u_1 لها نفس اللون .

التمرين الرابع: (7نقاط)

I. g الدالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $g(x) = 1 + xe^{1-x}$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,28 < \alpha < -0,27$.

4) استنتج إشارة العدد $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f الدالة العددية المعرفة على على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x) = (x+1)e^{1-x} - x + 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y=-x+1$ مقارب لـ (C_f)

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x)=-g(x)$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) بين أن $f(\alpha)=-\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

ب) (T) المستقيم الذي معادلة له : $y=-(x+p)$ حيث p عدد حقيقي .

– عين p حتى يكون (T) مماسا لـ $\left(C_f\right)$ في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

جـ) بين أن $\left(C_f\right)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_1 و x_2 حيث:

$-1{,}3<x_1<-1{,}2$ و $1<x_2<2$.

4) أ) أنشئ (Δ) و (T) و $\left(C_f\right)$. (نضع $f(\alpha)\simeq 3{,}8$)

ب)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=-(x+m)$.

5) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب: $\int_0^1\left(f(x)+x-1\right)dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط) لكل سؤال جواب واحد صحيح من الاقتراحات الثلاث يطلب تعيينه مع التعليل.

I. حلول المتراجحة : $e^{2x+1}+15e^{-2x-1}\leq 8$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S=\left[\frac{\ln 3-1}{2};\frac{\ln 5-1}{2}\right]$ ب) $S=\left[\frac{-\ln 3+1}{2};\frac{\ln 5+1}{2}\right]$ جـ) $S=\left[\frac{\ln 3-1}{2};\frac{\ln 5+1}{2}\right]$

II. المتتالية الهندسية (u_n) ذات الحدود الموجبة تماما حيث:

$u_1+u_2=30e$ و $\ln u_2-\ln u_4+2\ln 3=0$ عندئذ

1) أساسها هو:

أ) 3 ب) $\frac{1}{3}$ جـ) 1

2) و حدها الأول u_1 يساوي:

أ) $3e$ ب) $\frac{1}{3}e$ جـ) $2e$

III. الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ و الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $h(x)=e^{f(-x)}$ و منه:

أ) h متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ب) h متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ جـ) h غير رتيبة على $\mathbb{R}$

IV. الحدثان A و B من مجموعة إمكانيات لتجربة عشوائية حيث : $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{1}{4}$ و $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$. عندئذ $P\left(\overline{A\cup B}\right)$ يساوي:

أ) $\frac{1}{8}$ ب) $\frac{3}{8}$ جـ) $\frac{1}{4}$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاوات و أربع كريات سوداوات (الكريات لا نميز بينها باللمس).

نجري سلسلة من السحبات حيث نأخذ عشوائيا كرية من الكيس فإذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرية أخرى و هكذا.

I. أ) احسب احتمال الأحداث الآتية:

A " الكرية المسحوبة في المرة الأولى سوداء" .

B " الكرية المسحوبة في المرة الثانية سوداء "

ب) احسب احتمال أن لا نجري السحب الثالث

II. المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها .

1) عرف قانون الاحتمال للمتغير X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2) احسب $E(2022X+1)$.

التمرين الثالث: (5 نقاط)

المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) معرفتان على $\mathbb{N}$ بحيث $u_0=\alpha$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\ln(u_n)$

I. نفرض $\alpha=9$ ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\left(\sqrt{u_n}\right)$.

1) احسب $u_3;u_2;u_1$.

2) عبر بدلالة $\ln 3$ عن $v_3;v_2;v_1;v_0$.

3) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

II. نفرض $\alpha=1$ ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$: $\ln(u_{n+1})=-1+\ln(u_n)$.

1) برهن أن $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{1}{e}$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (u_n) .

2) اكتب عبارة u_n بدلالة n .

3) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

4) احسب بدلالة n المجموع: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ ثم استنتج بدلالة n عبارة الجداء :

$$P_n=\ln(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)$$

التمرين الرابع: (7نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\frac{x}{2}-\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\left\|\vec{i}\right\|=1cm$.

1) أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها .

ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y=\frac{x}{2}$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

جـ) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

2) أ) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;0[\cup]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{x^2-x-2}{2x(x-1)}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) أنشئ (Δ) و (C_f).

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)-|m|=0$.

4) α عدد حقيقي اكبر تماما من 1 .

أ) بين أن الدالة : $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدالة: $x\mapsto\ln(x-\alpha)$

على المجال $]0;+\infty[$.

ب) احسب بالـ cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز من المستوي المحدد بـ (Δ) و (C_f) و المستقيمين

ذي المعادلتين $x=2$ و $x=\alpha$ ثم احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$.

انتهى الموضوع الثاني