الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

مديرية التربية لجزائر شرق — ثانوية : عبد السلام حباشي

إمتحان : بكالوريا تجريبي — دورة : مـــاي 2022

الشعبة: علـــوم تجريبيـــة — يوم : 16 مـــاي 2022

إختبار في مادة :الرياضيات — المدة:03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

إختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع **التبرير.**

	السؤال	الإجابة -أ-	الإجابة -ب-	الإجابة -ج-
1	التكامل $\int_1^2 \frac{3}{x^4}dx$ يساوي :	$\frac{-9}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{8}$
2	العدد $\ln\left(\frac{2e^3}{\sqrt{3}}\right)$ يساوي:	$3+\ln 2+\frac{1}{2}\ln 3$	$3+\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3$	$3-\ln 2+\frac{1}{2}\ln 3$
3	للمعادلة $2\ln x-\ln(5x-6)=0$ حلان متمايزان هما:	$x_1=3$ و $x_2=-2$	$x_1=3$ و $x_2=0$	$x_1=3$ و $x_2=2$
4	القيمة المتوسطة m للدالة $f(x)=3^{x-1}$ على المجال $[2;3]$ هي:	$\frac{6}{\ln 3}$	-3	$\ln 3$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

I. لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $\ln(u_{n+1})=-1+\ln(u_n)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n>0$.

2) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

3) بين أن (u_n) هندسية أساسها e^{-1}.

4) أكتب عبارة u_n بدلالة n. أحسب نهاية u_n .

II. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=2+\ln\sqrt{u_n}$.

1) أكتب v_n بدلالة n، ثم بين أن (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0.

2) أكتب p_n بدلالة n حيث: $p_n=(v_1+\frac{1}{2})^1 \text{x}(v_2+1)^2 \text{x}.............\text{x}(v_n+\frac{n}{2})^n$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n=e^{2(v_0-2)}+e^{2(v_1-2)}+.................+e^{2(v_n-2)}$

أكتب بدلالة n المجموع S_n، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(e-1)S_n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n=\int_n^{n+1}e^{-x+1}dx$

1) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n>0$.
2) أكتب عبارة v_n بدلالة n .
3) بين أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
4) ليكن S_n المجموع المعرف كمايلي: $S_n=v_0+v_1+.........+v_n$

أحسب S_n بدلالة n .

5) بين أن $S_n=\int_0^{n+1}e^{-x+1}dx$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=1+4xe^{2x}$.
1) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .
2) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة 2 سم)
1) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
2) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .
3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلتة $y=x+1$ بجوار $-\infty$.
4) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O.
6) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها.
7) أنشىء المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .
8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة: $(2x-1)e^{2x}+x=x+m+1$

III. بإستعمال المكاملة بالتجزئة
1) أحسب التكامل $\int_0^1(2x-1)e^{2x}dx$
2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و المستقيمين ذو المعادلتين :

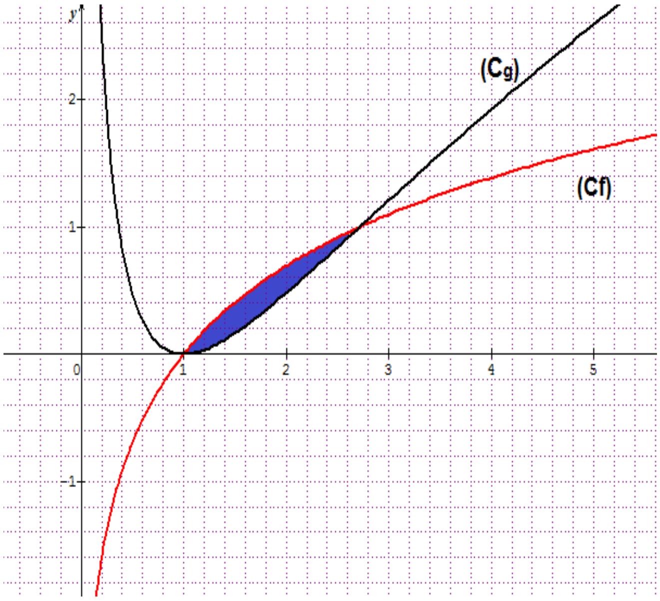
$x=0$ و $x=1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

المنحنيين (C_f) و(C_g) هما التمثيليان البيانيان على التوالي للدالتين العدديتين f و g المعرفتين على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\ln(x)$ و $g(x)=(\ln x)^2$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

I. نبحث عن المساحة A (بوحدة المساحة) للحيز المستوي المظلل.



نضع: $I=\int_1^e \ln(x)dx$ و $J=\int_1^e (\ln x)^2 dx$

1) تحقق أن الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $F(x)=x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة اللوغاريتم النيبيري. إستنتج I.

2) برهن بإستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $J=e-2I$

ثم إستنتج J.

3) أعط قيمة للعدد A.

II. من أجل كل x من المجال $[1;e]$ نضع M النقطة من المنحنى (C_f) فاصلتها x و N النقطة من المنحنى (C_g) لها نفس الفاصلة من أجل أي قيمة للعدد x. المسافة MN تكون أعظمية ؟ أحسب القيمة العظمى للعدد MN .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

I. يحتوي كيس غير شفاف على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينهما باللمس ، منها 4 سوداءتحمل الرقم α،و ثلاث كريات صفراء تحمل الرقم $(\alpha-1)$ (حيث α عددطبيعي غير معدوم)،و كريتين بيضاوين تحملان الرقم 1.

نسحب عشوائيا من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد.

1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

A "سحب على الأكثر كرية بيضاء" ، B "سحب ثلاث كريات تحمل نفس العدد."

C"سحب كريتين بالضبط تحمل الرقم $(\alpha-1)$"

II. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المسجلة على الكريات السوداء المسحوبة، و الذي يأخذ القيمة 0 إذا كانت كل الكريات ليست سوداء.

1) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

2) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

3) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ بدلالة α.

4) حدد قيم α من أجل $|E(X)-1|\le 2$.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

I. نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولتكن المتتالية v_n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$.

1) بيّن أنّ v_n متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

2) أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

3) أحسب S_n بدلالة n ثم إستنتج S'_n بدلالة n.

II. نعرف المتتالية w_n بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري)

1) بيّن أنّ w_n متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

2) أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ إستنتج النهاية $\lim_{n \to +\infty} S''_n$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I. g دالة عددية معرفة على المجال $D =]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة الدالة g.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D =]0;+\infty[$ كالتالي: $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. فسر هندسيا النتيجة الثانية.

2) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C).

3) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ).

4) تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

5) استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .

6) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A(1;\frac{3}{2})$.

7) أثبت أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$.

8) ارسم المنحني (C) و المستقيمين (Δ) و (T).

III. نضع من أجل x ينتمي إلى D: $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

1) احسب $h'(x)$. ما ذا تستنتج ؟

2) أوجد بالسنتيمتر المربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1 ; x = e ; y = 0$.