☜ على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

المـــوضوع الأول :

التمرين الأول: (06 نقاط)

1)- f دالة معرفة على المجال $\left]\frac{-3}{2},+\infty\right[$ بـ : $f(x)=\sqrt{2x+3}$

- أوجد العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة F المعرفة بـ : $F(x)=(ax+b)\sqrt{2x+3}$ دالة أصلية للدالة f على المجال $\left]\frac{-3}{2},+\infty\right[$. ثم استنتج حساب : $\int_{-1}^{3} f(x)dx$.

2)- بين أن : $\lim_{x\to 0}\left[\frac{6\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}\right)}{\frac{\sin x}{337}}\right]=2022$. (نذكر أن : $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$)

3)- (U_n) و (V_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}^*$ بـ : $U_n=1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+......+\frac{1}{n!}$ ، $V_n=U_n+\frac{1}{n!}$.

- أثبت أن المتتاليتان (U_n) و (V_n) متجاورتان .

4)- X متغير عشوائي ، قانون احتماله موزع كالآتي :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{55}$	α	β	$\frac{14}{55}$

- أوجد العددان الحقيقيان α ، β إذا علمت أن : $E(X)=2$

التمرين الثاني (07 نقاط)

I)- (U_n) متتالية حسابية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

أوجد الحددين : U_{10} ، U_{14} من هذه المتتالية علما أن : $\begin{cases} U_{10}\times U_{14}=1408 \\ PGCD(U_{10},U_{14})=4 \end{cases}$

II)- نضع في كل ما يلي : $U_{10}=32$ ، $U_{14}=44$.

1)- أوجد الأساس r و الحد الأول U_0 لهذه المتتالية ، ثم أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n.

2)- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=2^{U_0}+2^{U_1}+2^{U_2}+.....+2^{U_n}$

3)- أ)- عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 2^n على 7 .

بـ)- عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها : $W_n\equiv 0[7]$ حيث : $W_n=3\times 2^{U_n}+5n-1443^{2022}$

III)- n عدد طبيعي اكبر تماما من 3 .

a و b عددان طبيعيان حيث : $a = U_n$ ، $b = n-3$.

1)- ما هي القيم الممكنة لـ $PGCD\,(a,b)$ ؟

2)- بين أن العددين a و b مضاعفين للعدد 11 إذا وفقط إذا كان $n+8$ مضاعف للعدد 11

ثم استنتج قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $PGCD\,(a,b) = 11$.

التمرين الثالث : (07 نقاط)

الجزء الأول :

- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^x - x - 1$

1)- أدرس اتجاه تغيرا لدالة g .

2)- أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

3)- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(-x) = e^{-x}\left(1+(x-1)e^x\right)$ ، استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$1+(x-1)e^x \geq 0$

الجزء الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \dfrac{x}{e^x - x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. (وحدة الطول 1cm)

1)- أ)- تحقق أنه من كل x من D_f : $f(x) = x - 1 - \dfrac{1}{\dfrac{e^x}{x} - \dfrac{1}{x} - 1}$ ، $f(x) = x - 1 - \dfrac{1}{\dfrac{e^x - 1}{x} - 1}$.

بـ)- أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

جـ)- أحسب : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$. ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

2)- أ)- أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = 1 + \dfrac{1+(x-1)e^x}{\left(e^x - x - 1\right)^2}$

بـ)- استنتج اتجاه تغيرا لدالة f ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3)- بين أن : $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$ و $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x+1]=0$. ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) ، (Δ') يطلب تعيين معادلتهما .

4)- أ)- بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α ، β حيث : $1 \prec \alpha \prec 2$ ، $-2 \prec \beta \prec -1$.

بـ)- استنتج أن : $e^{\beta}-\beta-1=\dfrac{\beta}{\beta-1}$.

جـ)- أنشئ (Δ) ،(Δ') و (C_f). (نأخذ : $\alpha \approx 1,65$ ، $\beta \approx -1,29$)

5)- أ)- تحقق أن : $1+\dfrac{x}{e^x-x-1}=\dfrac{e^x-1}{e^x-x-1}$ ثم بين أن : $\int_{-1}^{\beta}\left(1+\dfrac{x}{e^x-x-1}\right)dx=1+Ln\left(\dfrac{\beta}{\beta-1}\right)$

بـ)-استنتج بـ cm^2 حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=x$ ، $x=\beta$ و $x=-1$.

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

I)- نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $3780x-1701y=378......(E)$

1)- باستعمال خوارزمية إقليدس أوجد $PGCD(3780,1701)$ ، ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

2)- عين حلا خاصا (x_0,y_0) للمعادلة (E) الذي يحقق: $3{y_0}^2-5y_0-2=0$. ثم استنتج في $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (E)

II)- نضع $PGCD(x,y)=d$ حيث الثنائية (x,y) هي حلول المعادلة (E) في $\mathbb{N}^2$.

1)- ما هي القيم الممكنة لـ d ؟

2)- عين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) في $\mathbb{N}^2$ حتى يكون $d=2$

III)- ليكن العدد الطبيعي N الذي يكتب في النظام ذي الأساس 4 : $\overline{bbaa}^{(4)}$ و يكتب في النظام ذي الأساس 6 : $\overline{ca5}^{(6)}$

1)- برهن أن $a+5\equiv 0[4]$ ، ثم استنتج قيمة a ثم b و c . 2)- أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني (04 نقاط)

1)- لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases}U_0=\dfrac{1}{2}\\ U_{n+1}=5U_n-7n\end{cases}$ - أحسب الحددين : U_1 ، U_2 .

2)- لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=U_n-\dfrac{7}{4}n-\dfrac{7}{16}$

أ)- أثبت أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0 .

بـ)- أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n.

جـ)- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=V_0+V_1+V_2+.....+V_n$

3)- أ)- باستعمال مبدأ البرهان بالتراجع أثبت أنه : من أجل كل عدد طبيعي n : $16U_n=5^n+28n+7$

بـ)- إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، U_n تكتب من الشكل : $U_n=A_n+B_n$ حيث : (A_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول و (B_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

جـ)- احسب بدلالة n المجموع T_n حيث : $T_n=U_0+U_1+U_2+.....+U_n$.

التمرين الثالث (05 نقاط)

الوضعية الأولى :

- في إحدى مستشفيات ولاية تيندوف يوجد 08 قارورات الأكسيجين (Des conservateurs) : 02 قارورات أكسيجين صالحة للاستعمال ، 03 قارورات غير صالحة للاستعمال ، 03 قارورات فارغة من الأكسيجين (القارورات كلها متشابهة : من نفس اللون و نفس الحجم)

بعد انتشار المتهور دالتا (le variant delta) سحب طبيب قارورتان على التوالي و بدون إرجاع .

1)- أحسب احتمال الحادثتان A و B حيث : الحدث A : الحصول على قارورة على الأقل صالحة للاستعمال والحدث B : قارورة واحدة غير صالحة للاستعمال .

الوضعية الثانية :

نظرا لارتفاع عدد المصابين بهذا الفيروس كثرت شكاوي الأطباء من عدم توفر قارورات الأكسيجين ، وبعد زيارة وزير الصحة إلى الولاية أظاف إلى المستشفى n قارورة أكسيجين صالحة للاستعمال ، نعتبر الحادث C : الحصول على قارورتان صالحتان للاستعمال

- بين أن : $P(C)=\dfrac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$ ، ثم أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} P(C)$ ، أعطي تفسيرا لهذه النتيجة .

2)- سحب الأن طبيب 03 قارورات في آن واحد – وضعية المستشفى الأولى – . ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية السحب عدد القارورات الصالحة للاستعمال

أ)- أعط قانون الإحتمال للمتغيرالعشوائي ، أحسب أمله الرياضياتي

ب)- أحسب التباين و الإنحراف المعياري .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I)- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D_g=]-\infty,3[$ بـ : $g(x)=\dfrac{-x-1}{-x+3}+\ln(-x+3)$

1)- أحسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ <}} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، أدرس اتجاه تغيرا لدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2)- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,7<\alpha<0,8$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على D_g.

II)- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $D_f=]-\infty,3[$ بـ : $f(x)=(x+1)\ln(-x+3)$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1)-أحسب : $\lim\limits_{x \underset{<}{\longrightarrow} 3} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا .   2)- أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

3)- أدرس اتجاه تغيرا لدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4)- بين أن $f(\alpha) = \dfrac{(\alpha+1)^2}{3-\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5)- حل في المجال $]-\infty,3[$ المعادلة $f(x)=0$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ على D_f .

6)-أحسب : $f(-2)$ ، $f(-3)$ ، ثم أنشئ (C_f) .

7)- أ)- بين أن الدالة F المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ هي دالة أصلية للدالة f حيث :

$$F(x) = \frac{1}{2}\left[\left(x^2+2x-15\right)Ln\left(-x+3\right) - \frac{1}{2}x^2 - 5x\right]$$

بـ)- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين الذين معادلتهما :

$x=0$ ، $x=2$.

III)- لتكن الدالة k المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ بـ : $k(x) = |x+1|\ln(-x+3)$

(C_k) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O', \vec{i}', \vec{j}')$. (وحدة الطول 2cm)

1)- أحسب : $\lim\limits_{h \underset{<}{\longrightarrow} 0} \dfrac{k(-1+h)-k(-1)}{h}$ ، $\lim\limits_{h \underset{>}{\longrightarrow} 0} \dfrac{k(-1+h)-k(-1)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

2)- أعطي تفسيرا بيانيا لهذه النتيجة .

3)- أكتب معادلتي النصفي مماسين (Δ_1)، (Δ_2)عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$

4)- اشرح كيفية إنشاء (C_k) إنطلاقا من (C_f) ، ثم أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) .