الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية الوطنية لولاية سكيكدة ثانوية : أسامة بن زيد +بودبزة عبد السلام + ثا ا دائق

امتحان البكالوريا التجريبية دورة : ماي 2021

الشعبة: ثالثة علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات المدة: 03 سا و30د

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 ن):

يحتوي كيس على ثلاث كريات خضراء تحمل الرقم 0 و كريتين حمراوين تحملان الرقم 5 و كرة سوداء تحمل الرقم α (حيث α عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 5 و10) ، كل الكريات لا نميز بينها عند اللمس .

نسحب في آن واحد ثلاث كريات من الكيس .

1) احسب احتمال الحوادث التالية :

A: "3 كريات من نفس اللون" . B: "3 كريات ألوانها مختلفة مثنى مثنى" . C: "كريتان فقط من نفس اللون" .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الأرقام التي تحملها الكريات الثلاث المسحوبة .

أ. عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$ بدلالة α .

ب. عين قيمة العدد الطبيعي α بحيث : $E(X)=2021$

التمرين الثاني(04 ن):

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(\bar{z}-2)(z^2-\sqrt{3}z+1)=0$.

2) نعتبر النقط A, B, C في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لواحقها على الترتيب :

$$z_C=\bar{z}_A \text{ ، } z_B=\sqrt{3} \text{ ، } z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$$

أ. اكتب العددين z_A و z_C على الشكل الأسي . ب. أثبت أن : $z_A^{1997}+z_C^{2021}=-z_B$

ج. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ يكون عددا حقيقيا موجبا .

3) أكتب العدد $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC و أحسب مساحته .

4) أ. عين z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A\,;-2),(B\,;-1),(C\,;2)\}$.

بـ. عين و أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $2\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الثالث (05 ن):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=\frac{1}{4}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+4}$

1) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3 - \frac{10}{u_n + 4}$

2) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $-2 \prec u_n \prec 1$

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، استنتج أنها متقاربة .

4) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها $\frac{5}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول .

ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

5) بين أن المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + ... + \frac{5^n}{v_n} = \frac{1}{3}(2^{n+1} - 1)$ ثم عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث : $3S_n = 4^{1011} - 1$

<u>**التمرين الرابع (07 ن):**</u>

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـــ : $g(x) = (x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)$

أ. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ب. احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

II. f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـــ : $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2Cm$

1) أ.احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ فسّر النتيجة بيانيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب . بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ، حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

2) أ. بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب.استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أنه يوجد مماس (T) لـ (C_f) يوازي المقارب المائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

4) ارسم (C_f) ، (Δ) ، (T) .

5) m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا و حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة : $m(x+1) - \ln(x+1) = 0$

6) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = x - 3 - \frac{\ln x}{x}$

أ. بين أنه من أجل x من $]0;+\infty[$: $h(x) - f(x-1) = -2$

ب . ارسم (C_h) اعتمادا على (C_f) مبينا كيفية الرسم في نفس المعلم السابق .

الموضوع الثانــي

التمرين الأول (04 ن):

يحتوي كيس على 7 كريات منها ثلاث كريات حمراء مرقمة $2,1,1$ و أربع كريات بيضاء مرقمة بـ $3,2,1,1$.

نسحب كريتين على التوالي بدون إرجاع ، الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس .

1) أ. أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على كريتين مختلفتين في اللون " ، B : " الحصول على كريتين مجموع رقميهما 3 " .

ب .احسب $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$

2) نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب مجموع الرقميين المحصل عليهما.

أ. عين قيم X الممكنة ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب . احسب $p\left(x^2-3x+2=0\right)$ و $p\left(e^{x-5}-7\succ 0\right)$

التمرين الثاني(04 ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\,;\overrightarrow{u},\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط C,B,A لواحقها على الترتيب :

$z_A=1+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_c=4$

1) أ. اكتب z_A ، z_B ، $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل المثلثي ثم الأسي .

ب. اكتب العدد المركب على $\frac{z_A}{z_B}$ الشكل الجبري ، ثم استنتج القيم المضبوطة لـ : $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$

2) أ. عين و أنشئ المجموعة (T_1) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث: $z=z_C-2ie^{i\theta}$ حيث θ تمسح $\mathbb{R}$

ب. عين و أنشئ (T_2) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث يكون العدد $\frac{z-z_C}{z-z_A}$ حقيقي موجب .

التمرين الثالث (05 ن):

I. f دالة عددية معرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{5x+6}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1) ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) عين إحداثيات تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.

3) ارسم (C_f) و (Δ) في نفس المعلم .

II. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة $\mathbb{N}$ على بـ : $u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_0=0$

1) مثل في المعلم السابق على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لـ (u_n). دون حسابها مبينا خطوط الإنشاء .

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 6$ ثم استنتج اتجاه تغير (u_n) هل هي متقاربة ؟ .

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $6-u_{n+1}\le\frac{5}{8}\left(6-u_n\right)$

– استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $6-u_n\le 6\left(\frac{5}{8}\right)^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الرابع (07 ن) :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f\left(x\right)=-1+x^{3}e^{-x}$

$\left(C_{f}\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أ. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)+1=0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب . ادرس وضعية $\left(C_{f}\right)$ بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-1$

جـ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)$.

2) أ. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{x^{2}(3-x)}{e^{x}}$

ب .استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أ. بين أن المنحنى $\left(C_{f}\right)$ يقبل ثلاث نقط انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

ب. اكتب معادلة المماس (T) لـ $\left(C_{f}\right)$ عند النقطة التي فاصلتها 0 .

4) بين أن المنحنى $\left(C_{f}\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :

$1,8\prec\alpha\prec1,9$ و $4,5\prec\beta\prec4,6$

5) ارسم $\left(C_{f}\right)$ و (Δ) على $\left]-1;+\infty\right[$

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f\left(x\right)=f\left(m\right)$

7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $h\left(x\right)=f\left(2x+3\right)$ (لا يطلب ايجاد عبارة $h(x)$)

أ. احسب $h'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h على $\mathbb{R}$.

ب. شكل جدول تغيرات الدالة h على $\left]-2;+\infty\right[$.

بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2021

الاجابة النموذجية للبكالوريا التجريبية --- ثانويات: بوديزة ع السلام – أسامة بن زيد – الحدائق --- شعبة علوم تجريبية : ماي 2021

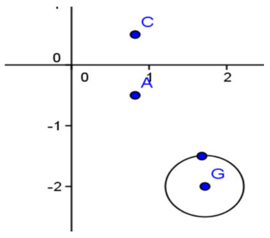
الموضوع الأول

التمرين الأول(04 نقط):

السؤال	الإجابة	التنقيط
1	عدد الحالات الممكنة : $C_6^3 = 20$ حساب الاحتمالات : $P(A) = \frac{C_3^3}{20} = \frac{1}{20}$ ، $P(B) = \frac{C_3^1.C_2^1.C_1^1}{20} = \frac{3}{10}$ ، $P(C) = \frac{C_3^2.C_3^1 + C_2^2.C_4^1}{20} = \frac{13}{20}$	2
2	أ) المتغير العشوائي : $X = \{9;8;6+\alpha;7;5+\alpha;4+\alpha\}$. $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c\|c} X_i & 9 & 8 & 6+\alpha & 7 & 5+\alpha & 4+\alpha \\ \hline P_i & \frac{1}{20} & \frac{6}{20} & \frac{3}{20} & \frac{3}{20} & \frac{6}{20} & \frac{1}{20} \end{array}$ الامل الرياضياتي : $E(X) = \frac{13+\alpha}{2}$. ب) قيمة العدد α حيث $E(X) = 2021$ نجد : $\alpha = 4029$.	0.5 0.5 0.5 0.5

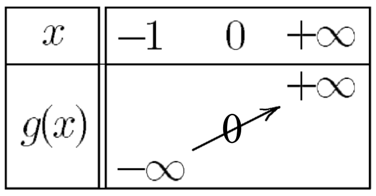
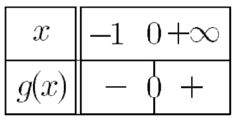
التمرين الثاني(04 نقط):

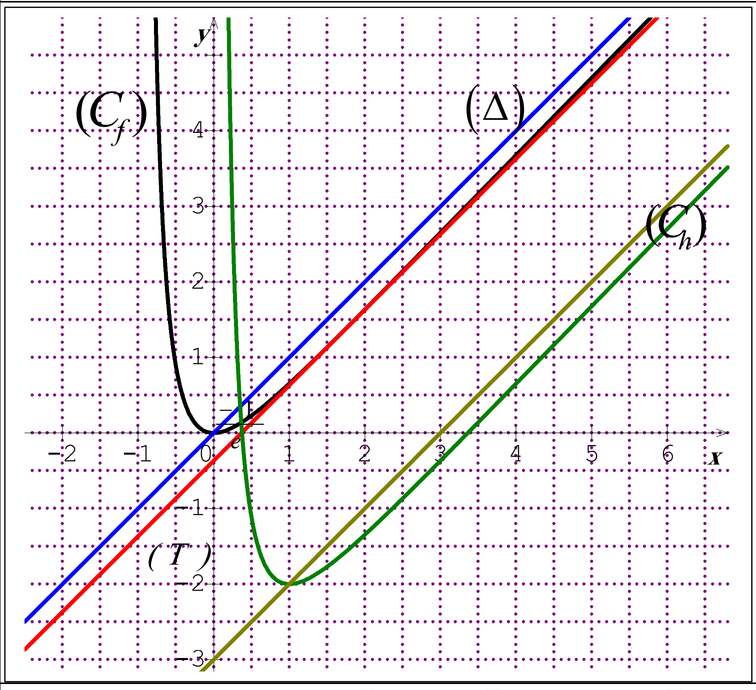
السؤال	الإجابة	التنقيط
1	حلول المعادلة هي : $z_3 = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$, $z_2 = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$; $z_1 = 2$.	0.75
2	أ) الشكل الأسي : $z_A = 1e^{-i\frac{\pi}{6}}$, $z_C = \overline{z_A} = 1e^{i\frac{\pi}{6}}$. ب)إثبات أن : $z_A^{1997} + z_C^{2021} = -z_B$ $z_A^{1997} + z_C^{2021} = e^{-i\frac{1997\pi}{6}} + e^{i\frac{2021\pi}{6}} = e^{i(\pi+\frac{\pi}{6})} + e^{i(\pi-\frac{\pi}{6})} = -\sqrt{3} = -z_B$. جـ) تعيين العدد الطبيعيn : $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ عدد حقيقي موجب أي: $\arg\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n = 2k\pi$ أي $n = 6k \ ; \ k \in \mathbb{N}$	0.5 0.5 0.5 0.5
3	–الشكل الأسي : $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{\pi}{3}}$ و المثلث ABC متقايس الأضلاع . – مساحته : $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.Sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}.1.1.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.	0.5 0.25
4	أ) لاحقة G : $z_G = \frac{-2z_A - z_B + 2z_C}{-2-1+2} = \sqrt{3} - 2i$. ب) مجموعة النقط M : $\left\\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right\\| = 2\left\\|-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\\|$ أي : $2MG = AC$ أي : $MG = \frac{AC}{2}$ هي دائرة مركزها G و نصف قطرها $\frac{AC}{2}$.	0.5 0.5

التمرين الثالث(05):

السؤال	الإجابة	التنقيط
1	إثبات $u_{n+1}=3-\dfrac{10}{u_n+4}$.	0.5
2	البرهان بالتراجع : $-2\prec u_n\prec 1\quad ; n\in\mathbb{N}$	1
3	اتجاه التغير : $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1).(-u_n-2)}{u_n+4}\succ 0$. (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة .	0.75 0.25
4	أ) اثبات أن (v_n) هنسية : $v_{n+1}=\frac{5}{2}v_n$ إذن : (v_n) هندسية : أساسها $\frac{5}{2}$ و حدها الاول $v_0=3$. ب) كتابة v_n ثم u_n بدلالة n : $v_n=v_0.q^n=3.(\frac{5}{2})^n$ و $u_n=\frac{v_n-2}{v_n+1}=1-\dfrac{3}{v_n+1}=1-\dfrac{3}{3.(\dfrac{5}{2})^n+1}$ نهاية (u_n) : $u_n=\lim\limits_{x\to+\infty}1-\dfrac{3}{3.(\dfrac{5}{2})^n}=1$	0.75 1 0.25
5	المجموع : $s_n=\frac{1}{v_0}+\frac{5}{v_1}+\frac{5^2}{v_2}+\ldots+\frac{5^n}{v_n}$ لنا : $; n\in\mathbb{N}$ $\frac{5^n}{u_n}=\dfrac{1}{v_0}.(\dfrac{5}{q})^n=\dfrac{1}{v_0}.2^n$ أي : $s_n=\dfrac{1}{v_0}.\dfrac{1-2^{n+1}}{1-2}=\dfrac{1}{3}(2^{n+1}-1)$. – تعيين قيمة العدد الطبيعي n : $3s_n=4^{1011}-1$ أي : $2^{n+1}=4^{1011}=2^{2022}$ ومنه : $n=2021$	0.25 0.25

السؤال	الإجابة	التنقيط
	الجزء الأول	
	أ) تغيرات الدالة g : $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\overset{\succ}{\longrightarrow}-1}g(x)=-\infty$ $g'(x)=2(x+1)+\dfrac{1}{x+1}\succ 0$ و g متزايدة تماما .  ب) $g(0)=0$ ، إشارة $g(x)$: 	1.5

	الجزء الثاني	
1	أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)=+\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ مقارب عمودي لـــ (C_f) ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ب) المقارب المائل $(\Delta): y=x$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}=0$ – الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ) : (C_f) أعلى (Δ) لما $x\in\left]-1;0\right[$ (C_f)أسفل (Δ) لما $x\in\left]0;+\infty\right[$ و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة التي فاصلتها 0 .	1 0.5 0.25
2	f قابلة للاشتقاق على $\left]-1;+\infty\right[$ و $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ أي : f متزايدة على $\left[0\,;+\infty\right[$ و متناقصة تماما على $\left]-1;0\right]$ جدول التغيرات : $\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0.5 0.5
3	المماس (T) الموازي للمقارب المائل (Δ) : نحل المعادلة $f'(x)=1$ نجد : $x=e-1$. معادلته : $(T): y=f'(e-1)(x-e+1)+f(e-1)$ أي : $(T): y=x-\dfrac{1}{e}$	0.5 0.25
4	الرسم : 	(C_f) 0.5 (Δ) 0.25 (T) 0.25 (C_h) 0.25
5	المناقشة البيانية : $f(x)=x-m$ * $\left]-\infty;\dfrac{-1}{e}\right[$ $-m\in$ أي : $m\in\left]\dfrac{1}{e};+\infty\right[$: المعادلة ليس لها حلول • $-m=-\dfrac{1}{e}$ أي $m=\dfrac{1}{e}$: المعادلة لها حل مضاعف موجب تماما • $-m\in\left]-\dfrac{1}{e};0\right[$ أي : $m\in\left]0\,;\dfrac{1}{e}\right[$: المعادلة لها حلان موجبان تماما . • $-m=0$ أي $m=0$: المعادلة لها حل وحيد معدوم .	0.5

	• $-m \in]0\,;+\infty[$. أي : $m \in]-\infty\,;0[$: المعادلة لها حل وحيد سالب تماما .	
6	$h(x) = x - 3 - \frac{\ln x}{x} \quad ; x \in]0\,;+\infty[$: أ) $h(x) - f(x-1) = -2 \quad ; x \in]0\,;+\infty[$ ب) رسم المنحنى (C_h) : $h(x) = f(x-1) - 2 \quad ; x \in]0\,;+\infty[$ (C_h) هو صورة المنحنى (C_f) بانسحاب شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$	0.25 0.25

بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2021

الموضوع الثاني

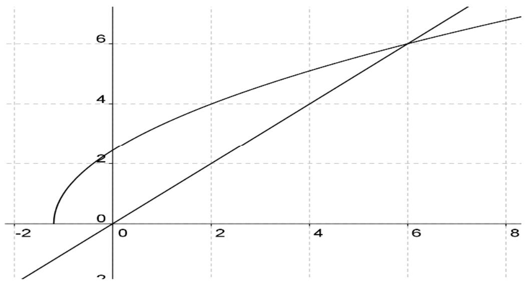
التمرين الأول(04 نقط):

السؤال	الإجابة	التنقيط
1	عدد الحالات الممكنة : $A_7^2 = 42$. أ) حساب الاحتمالات : $P(A)=\frac{(A_3^1.A_4^1).2}{42}=\frac{24}{42}=\frac{4}{7}$ ، $P(B)=\frac{(A_4^1.A_2^1).2}{42}=\frac{16}{42}=\frac{8}{21}$ $A \cap B$: **كرتين من نفس اللون و مجموع رقميهما 3** : $P(A \cap B)=\frac{(A_2^1.A_1^1).2+(A_2^1.A_1^1).2}{42}=\frac{8}{42}=\frac{4}{21}$ $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)=\frac{24+16-8}{42}=\frac{16}{21}$	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
2	أ) المتغير العشوائي : $X=\{2\ ;\ 3;\ 4\ ;\ 5\}$. قانون الاحتمال لـ X : $P(X=2)=\frac{A_4^2}{42}=\frac{12}{42}\ ;P(X=3)=\frac{(A_4^1.A_2^1).2}{42}=\frac{16}{42}\ ;P(X=4)=\frac{(A_4^1.A_1^1).2+A_2^2}{42}=\frac{10}{42}\ ;P(X=5)=\frac{(A_2^1.A_1^1).2}{42}=\frac{4}{42}$ ب) حساب $P(X^2-3x+2=0)$: $P(X^2-3x+2=0)=P(X=1)+P(X=2)=0+\frac{12}{42}=\frac{2}{7}$ ، $P(e^{X-5}-7 \succ 0)=p(\phi)=0$	0.5 0.5 0.5

التمرين الثاني(04 نقط):

السؤال	الإجابة	التنقيط
1	أ) الشكل المثلثي و الأسي : $z_A = 1+i = \sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4})) = \sqrt{2}.e^{i(\frac{\pi}{4})}$ $z_B = \sqrt{3}-i = 2.(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6})) = 2.e^{i(-\frac{\pi}{6})}$ $\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{2}}{2}.(\cos(5\frac{\pi}{12})+i\sin(5\frac{\pi}{12})) = \frac{\sqrt{2}}{2}.e^{i(5\frac{\pi}{12})}$. ب) الشكل الجبري لـ $\frac{z_A}{z_B}$: $\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}+i\frac{\sqrt{3}+1}{4}$. القيم المضبوطة : $\sin(5\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\ ;\ \cos(5\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$.	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
2	أ) مجموعة النقط (T_1) : $z = z_C - 2i.e^{i\theta}$ ، θ تمسح $\mathbb{R}$: أي: $z - z_C = 2e^{i(\theta-\frac{\pi}{2})} = 2e^{i\theta'}\ /\ \theta' \in \mathbb{R}$ أي (T_1) دائرة مركزها C و نصف قطرها 2 . ب) مجموعة النقط (T_2) : $\frac{z-z_C}{z-z_A}$ حقيقي موجب :أي $\arg(\frac{z-z_C}{z-z_A}) = 2k\pi\ ;\ k \in \mathbb{Z}$ أي : $(\overrightarrow{MA}\ ;\overrightarrow{MC}) = 2k\pi\ ;k \in \mathbb{Z}$ و (T_2) هي المستقيم (AC) ماعدا القطعة $[AC]$.	0.75 0.75

التمرين الثالث(5 نقط):

السؤال	الإجابة	التنقيط
I.	**1)** تغيرات الدالة f على المجال $[0 ; +\infty[$: $f(x)=\sqrt{5x+6}$ و $f'(x)=\frac{5}{2\sqrt{5x+6}} \succ 0$ $\begin{array}{c\|cc} x & 0 & +\infty \\ \hline f(x) & \sqrt{6} \nearrow & +\infty \end{array}$	0.5 0.5
	2) تقاطع (C_f) و (Δ) : يتقاطعان في النقطة $A(6 ; 6)$.	0.25
3	**3)** الرسم : 	0.25
II.	**1)** تمثيل الحدود :	0.75
	2) التخمين : (u_n) متزايدة و متقاربة نحو 6 .	0.25
	3) البرهان بالتراجع أن: $0 \le u_n \le 6 \;\; ; \; n \in \mathbb{N}$ – اتجاه التغير لـ (u_n) : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 5u_n + 6}{\sqrt{5u_n+6} + u_n}$ وهي متزايدة تماما . (u_n) محدودة من الاعلى ومتزايدة فهي متقاربة .	1 0.5 0.25
	4) إثبات أن : $6 - u_{n+1} \le \frac{5}{8}(6 - u_n) \;\; ; \; n \in \mathbb{N}$ $6 - u_{n+1} = \frac{5(6-u_n)}{6+\sqrt{5u_n+6}}$; $6 + \sqrt{5u_n+6} \ge 6 + \sqrt{6} \ge 8$ أي : $\frac{1}{6+\sqrt{5u_n+6}} \le \frac{1}{8}$ ومنه : $\frac{1}{6+\sqrt{5u_n+6}} \le \frac{1}{8}$ أي $\frac{5(6-u_n)}{6+\sqrt{5u_n+6}} \le \frac{5(6-u_n)}{8}$ أي : $6 - u_{n+1} \le \frac{5(6-u_n)}{8}$ الاستنتاج : $6 - u_n \le \left(\frac{5}{8}\right)^n (6 - u_0)$ أي : $6 - u_n \le 6.\left(\frac{5}{8}\right)^n$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n = 6$.	0.25 0.25 0.25

التمرين الرابع(7 نقط):

السؤال	الإجابة	التنقيط
1	أ) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-1 + \frac{x^3}{e^x}) = -1$ أي $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) + 1 = 0$ المستقيم ذو المعادلة $y = -1$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ب) وضعية (C_f) و (Δ) : لما $x \in]-\infty ; 0[$: (C_f) اسفل (Δ) و لما $x \in]0 ; +\infty[$ (C_f)	0.5 0.25 0.5

اعلى (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

جـ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}(-1+x^3e^{-x}) = -\infty$ — 0.5

2

أ) المشتق : f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $f'(x) = \dfrac{x^2(3-x)}{e^x}$ — 0.25

ب) اتجاه التغير : — 0.25

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

جدول التغيرات : — 0.5

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$			$f(3)$	$\searrow$	-1

$f(3) = -1 + 27e^{-3} \simeq 0.34$

3

أ) نقط الانعطاف : توجد ثلاث نقط $f''(x) = x(x^2-6x+6)e^{-x}$ — 0.75

x	$-\infty$		0		$3-\sqrt{3}$		$3+\sqrt{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	**0**	$+$	**0**	$-$	**0**	$+$	

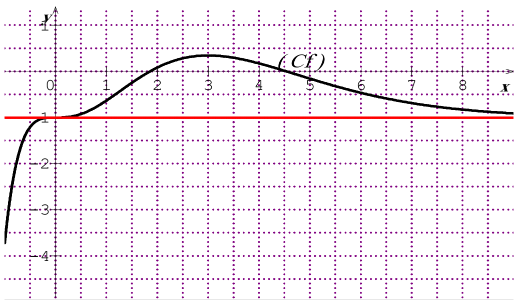
ب) معادلة المماس عند : $(T): y = f'(0)(x-0)+f(0)$ أي : $(T): y = -1$ — 0.5

4

المنحنى (C_f) يقطع محولر الفواصل في نقطتين فاصلتاهما : $1.8 \prec \alpha \prec 1.9$ و $4.5 \prec \beta \prec 4.6$ — 1

5

الرسم : — 0.5



6

المناقشة البيانية : $f(x) = f(m)$ — المناقشة 0.75

- $\text{f(-1)} \le \text{f(m)} \prec \text{-1}$ أي : $m \in [-1\,;0[$

المعادلة لها حل وحيد سالب تماما .

- $\text{f(m)} = \text{-1}$ أي : $\text{m} = 0$

المعادلة لها حل وحيد معدوم .

- $\text{-1} \prec \text{f(m)} \prec \text{f(3)}$ أي : $m \in]0\,;3[\cup]3\,;+\infty[$

المعادلة لها حلان موجبان تماما .

- $\text{f(m)} = \text{f(3)}$ أي : $\text{m} = 3$

المعادلة لها حل مضاعف موجب تماما .

7

أ) حساب $h'(x)$: $h'(x) = 2\,f'(2x+3)$ — 0.25

اتجاه التغير للدالة h :

ب) جدول التغيرات : — 0.5

x	-2		$-\dfrac{3}{2}$		0		$+\infty$
h'(x)		+	0	+	0	-	
h(x)	h(-2)=f(-1)	$\nearrow$			f(3)	$\searrow$	-

بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2021