الـموضوع الثاني :

التمرين الأول : ☹☺☹ (04نقاط)

I) -1) - $PGCD(3780,1701)=189$ .... (0.5ن)

2	4	2		الحــاصل
189	378	1701	3780	القاسم والمقسوم عليه
	0	189	378	البـــاقي

$189 / 378$ ومنه : المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$ .... (0.25ن)

2)- المعادلة (E) تكافئ : $20x-9y=2$. $3y_0^2-5y_0-2=0$ ، $\Delta=49$ ، $y_0=2$ ، $y_0=\frac{-1}{3}$ مرفوض

نعوض y_0 بما يساويه في المعادلة (E) نجد: $x_0=1$ ومنه: $(x_0,y_0)=(2,1)$ .... (0.5ن)

$\begin{cases}20x-9y=2\\20(1)-9(2)=2\end{cases}$ ، $20(x-1)=9(y-2)$ ، $9 / 20(x-1)$ لكن 9 و 20أوليان فيما بينهما و منه حسب

مبرهنة غوص $9 / x-1$ ، $x=9k+1(k\in\mathbb{Z})$ ، نعوض x بما يساويه في المعادلة (E) نجد: $y=20k+2$

$S=\{(9k+1,20k+2)\ k\in\mathbb{Z}\}$ .... (0.5ن)

II) -1) - d / x $\quad d / 20x$

d / y $\quad d / -9x$ ومنه : $d / 20x-9x$ لكن $20x-9y=2$ ومنه : $d / 2$

$d\in\{1,2\}$ .... (0.25ن)

2)- $d=2$ معناه : $x\equiv 0[2]$ ، $9k+1\equiv[2]$ ، $k\equiv 1[2]$ ، $k=2\alpha+1\quad(\alpha\in\mathbb{N})$

$S'=\{(18\alpha+10,40\alpha+22)\quad \alpha\in\mathbb{N}\}$ .... (0.5ن)

III) -1)- $(0\le a\prec 4,0\le b\prec 4)$.......(1) $N=b\times4^3+b\times4^2+4a+a=80b+5a$ .... (0.25ن)

$N = c\times 6^2 + a\times 6 + 5 = 36c + 6a + 5$.............(2)

نساوي ما بين المعادلتين و نجد : $4(20b - 9c) = a + 5$ ومنه : $4 / a+5$ أي ان : $a + 5 \equiv 0[4]$

$a \equiv 3[4]$ ، $k \in \mathbb{N}$ $a = 4k + 3$ و $0 \le a \prec 4$ ومنه : $a = 3$ ....(0.25ن) (0.25ن)

نعوض a بما يساويه في المعادلة $4(20b - 9c) = a + 5$ نجد: $20b - 2 = 9c$ و $0 \le b \prec 4$

$b = 0$	$b = 1$	$b = 2$	$b = 3$
$c = \frac{-2}{9}$ مـــرفوض	$c = 2$	$c = \frac{38}{9}$ مـــرفوض	$c = \frac{58}{9}$ مـــرفوض

ومنه : $(a,b,c) = (3,1,2)$ ....(0.5ن)

$N = 80 + 15 = 95$ ....(0.25ن)

التمرين الثاني: ☹☺☹ (04نقاط)

1)- $U_1 = \frac{5}{2}$ ، $U_2 = \frac{11}{2}$ ....(0.25ن) (0.25ن)

2)- أ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_{n+1} = 5U_{n+1} - 7(n+1) = 5U_n - 7n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{4} - \frac{7}{16}$

$V_{n+1} = 5U_n - \frac{35}{4}n - \frac{35}{16} = 5\left[U_n - \frac{7}{4}n - \frac{7}{16}\right] = 5V_n$ ، ومنه : (V_n) متتالية

هندسية أساسها $q = 5$ و حدها الأول $V_0 = \frac{1}{2} - \frac{7}{16} = \frac{1}{16}$ ....(0.25ن) (0.25ن) (0.25ن)

بـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_n = V_0 \times q^n = \frac{5^n}{16}$ ....(0.25ن)

جـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $S_n = \frac{\frac{1}{16}}{1-5}\left[1 - 5^{n+1}\right] = \frac{5^{n+1} - 1}{64}$ ....(0.5ن)

3)- أ)- $16U_n = 5^n + 28n + 7$ .... $P(n)$

من أجل $n = 0$: $16U_0 = 5^0 + 7 = 16\left(\frac{1}{2}\right) = 8$ ومنه : $P(0)$ محققة ، نفرض صحة $P(n)$ معناه :

$16U_n = 5^n + 28n + 7$ و نبرهن على صحة $P(n+1)$ معناه :

$$16U_{n+1}=5^{n+1}+28(n+1)+7=5^{n+1}+28n+35$$

ومنه : $P(n+1)$ محققة
$$16U_{n+1}=16(5U_n-7n)=16\times 5U_n-16\times 7n=16\times 5\left(\frac{5^n+28n+7}{16}\right)-112n$$
$$16U_{n+1}=5^{n+1}+140n-35-112n=5^{n+1}+28n+35$$

ومنه : $16U_n=5^n+28n+7$ محققة من اجل كل n من $\mathbb{N}$ ....(0.75ن)

بـ)- $U_n=\frac{5^n}{16}+\frac{7}{4}n+\frac{7}{16}$ ، $A_n=V_n$ ، $B_n=\frac{7}{4}n+\frac{7}{16}$ ، متتالية حسابية أساسها $r=\frac{7}{4}$ و حدها الأول

$B_0=\frac{7}{16}$ ....(0.75ن)

جـ)- من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $T_n=S_n+S'_n$ حيث : $S'_n=B_0+B_1+.......+B_n$

$$S'_n=\left(\frac{n+1}{2}\right)(B_0+B_n)=\frac{14n^2+21n+7}{16}$$

$T_n=\frac{5^{n+1}}{64}+\frac{7}{8}n^2+\frac{21}{16}n+\frac{27}{64}$ ....(0.5ن)

التمرين الثالث :☹☺☹ ______________ (05نقاط)

1)- $P(A)=\frac{(A_2^1\times A_6^1)2+A_2^2}{A_6^1}=\frac{24+2}{56}=\frac{13}{28}$ ....(0.75ن)

$P(B)=\frac{(A_3^1\times A_5^1)2}{A_6^1}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$ ....(0.75ن)

الوضعية الثانية : $\frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}=\frac{\frac{(n+2)(n+1)n!}{n!}}{\frac{(n+8)(n+7)(n+6)!}{(n+6)!}}=\frac{\frac{(n+2)!}{(n+2-2)!}}{\frac{(n+8)!}{(n+8-2)!}}=\frac{A_{n+2}^2}{A_{n+8}^2}=P(C)$ ....(01ن)

$\lim_{n\to+\infty}P(C)=1$، كلما أخذ قيم n كبيرة جدا الحادثة C تصبح الحادثة الأكيدة.............(0.25ن) (0.25ن)

2)- قيم المتغير العشوائي X : $x_i\in\{0,1,2\}$ ....(0.25ن)

$P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_8^3}=\frac{10}{28}$ $P(X=1)=\frac{C_2^1\times C_6^2}{C_8^3}=\frac{15}{28}$ $P(X=2)=\frac{C_2^2\times C_6^1}{C_8^3}=\frac{3}{28}$ ....(0.75ن)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

الأمل الرياضياتي : $E(X) = \frac{15+6}{28} = \frac{3}{4}$ ، التباين : $V(X) = \frac{15+12}{28} - \frac{9}{16} = \frac{45}{112}$.......(0.25ن) (0.5ن)

الانحراف المعياري: $\partial(X) = \sqrt{V(x)} \approx 0.63$ ....(0.25ن)

التمرين الرابع: ☹☺☹ ______________________ ______________ (**07**نقاط)

II) -1) - $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} g(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} \frac{-x-1+(-x+3)Ln(-x+3)}{-x+3} = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$....(0.25ن) (0.25ن)

g قابلة للإشتقاق على D_g : $g'(x) = \frac{x-7}{(x-3)^2}$ ، على المجال $]-\infty,3[$: $g'(x) \prec 0$ ومنه :

متناقصة تماما على المجال $]-\infty,3[$ ....(0.5ن)

جدول تغيرات الدالة g: ....(0.25ن)

x	$-\infty$ $\quad\quad$ 3
$g'(x)$	-
$g(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$

2)- مبرهنة القيم المتوسطة..(0.25ن)

إشارة $g(x)$: ....(0.25ن)

x	$-\infty$		α		3
$g(x)$		+	0	-	

II) -1)- $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} f(x) = -\infty$ ، (C_f) يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x = -3$...................(0.25ن)

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ....(0.25ن)

2)- من أجل كل x من $]-\infty,3[$: $f'(x) = g(x)$ ومنه : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$...(0.25ن) (0.25ن)

جدول تغيرات الدالة f: ....(0.25ن)

x	$-\infty$		α		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$

3)- لدينا : $g(\alpha)=0$ منه : $Ln(3-\alpha)=-\dfrac{\alpha+1}{\alpha-3}$ $f(\alpha)=(\alpha+1)Ln(3-\alpha)=\dfrac{(\alpha+1)^2}{3-\alpha}$.................(0.25ن)

$1,25 \prec f(\alpha) \prec 1,47$..(0.25ن)

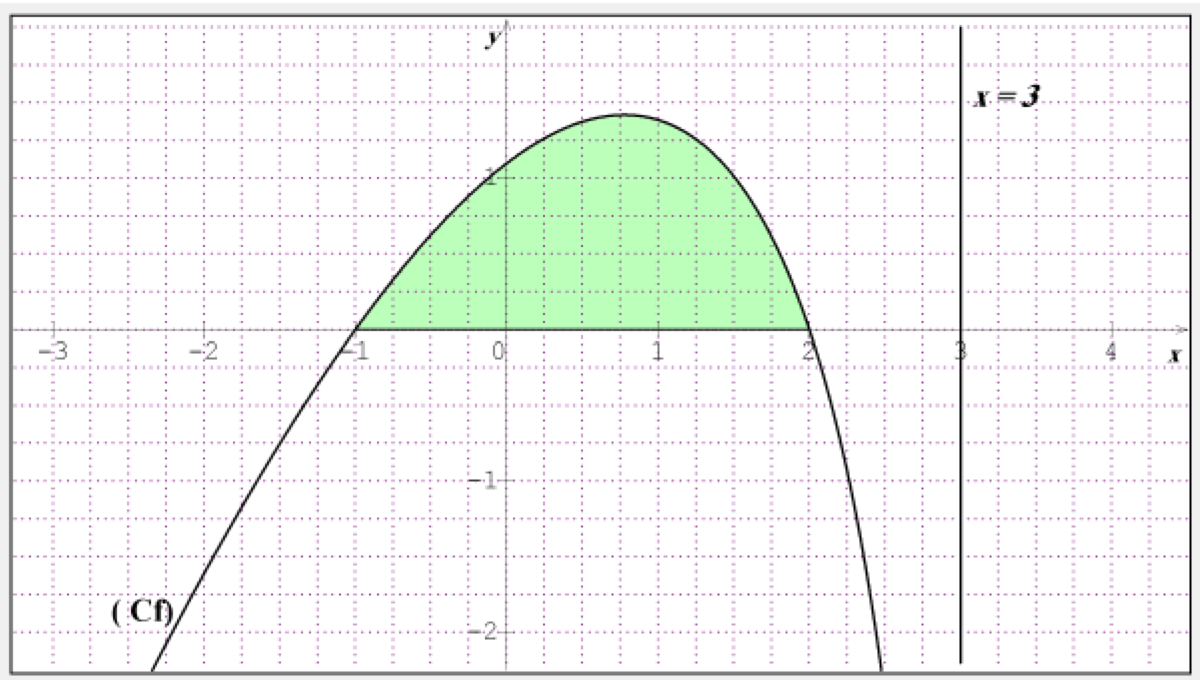
4)- $f(x)=0$ معناه : $x=-1$ أو $x=2$ ....(0.25ن)

إشارة $f(x)$: ....(0.25ن)

x	$-\infty$		-1		2		3
إشارة $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5)- $f(-3)=-2Ln6\approx-3,58$ ، $f(-2)=-Ln5\approx-1,60$...(0.25ن)

- انشاء (C_f): ....(0.5ن)



6)- أ)- F قابلة للإشتقاق على D_F : $F'(x)=\dfrac{1}{2}\left[\left(2x+2\right)Ln(-x+3)-\dfrac{\left(x^2+2x-15\right)}{-x+3}-x-5\right]$

$F'(x)=\frac{1}{2}\left[(2x+2)Ln(-x+3)+\frac{-x^2-2x+15+x^2-3x+5x-15}{-x+3}\right]=f(x)$ و هـ م ....(0.25ن)

ب)- $\int_{-1}^{2} f(x)dx=F(2)-F(-1)=\frac{15}{2}Ln3-6$ ، $S=(30Ln3-24)cm^2$..................................(0.25ن)

III)-1)- $\lim_{h \xrightarrow{<} 0}\frac{k(-1+h)-k(-1)}{h}=\lim_{h \xrightarrow{<} 0}-Ln(-h+4)=-Ln4$ ....(0.25ن)

$\lim_{h \xrightarrow{>} 0}\frac{k(-1+h)-k(-1)}{h}=\lim_{h \xrightarrow{>} 0}Ln(-h+4)=Ln4$ ....(0.25ن)

$k_d'(-1)\neq k_g'(-1)$ ، و منه : kغير قابلة للإشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$ ....(0.25ن)

2)- (C_k) يقبل نصفي مماسين عند النقطة $A(-1,0)$ معامل توجيهها : $-Ln4$ ، $Ln4$ (النقطة A تسمى

نقطة زاوية) ....(0.25ن)

3)- $(\Delta_1):y=(-Ln4)x-Ln4$ ، $(\Delta_2):y=(Ln4)x+Ln4$ ....(0.25ن)

4)- $\begin{cases}k(x)=f(x) & x\in[-1,3[=I_1\\ k(x)=-f(x) & x\in]-\infty,-1]=I_2\end{cases}$ ، (C_k) يطابق (C_f) على المجال I_1 ، (C_k) هو نظير (C_f)

بالنسبة لـ (xx') على المجال I_2 ....(0.25ن)

- انشاء (C_k): ....(0.25ن)