الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف — ثانوية المعز لدين الله الفاطمي

امتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي — دورة مـاي 2022

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :03 سا

على المتــرشـح أن يختار أحـد الموضـوعيـن الآتيـن:

المــوضــوع الأول

التمـرين الأول: (4 نقاط)

كل سؤال من الأسئلة التالية مستقل عن الأسئلة الأخرى وله جواب واحد صحيح فقط، عين الجواب الصحيح معللا اختيارك.

1. التكامل : $\int_1^e \frac{(lnx)^3}{x}dx$ يساوي:

❶ $\frac{1}{4}$. ❷ 2. ❸ 3 .

2. حلول المتراجحة : $(e^x - e)(1 - e^{1+x}) > 0$ على $\mathbb{R}$ هي:

❶ $]-\infty;-1[$. ❷ $]1;+\infty[$. ❸ $]-1;1[$.

3. يتكون قسم من 12 تلميذ و 8 تلميذات إحداهن اسمها «شيرين» ، احتمال تشكيل لجنة من ثلاث تلاميذ وتضم «شيرين» هو:

❶ $\frac{1}{6}$. ❷ $\frac{3}{20}$. ❸ $\frac{5}{20}$.

4. القيمة المتوسطة للدالة $x \longmapsto e^{-2x} + 1$ على المجال: $[0; ln2]$ هي:

❶ $\frac{3}{ln2^8} + 1$. ❷ $\frac{3}{ln2^8}$. ❸ $\frac{5}{ln2^8} + 1$.

التمرين الثاني: (5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1}$.

1. تحقق أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن: $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$.

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < u_n < \frac{1}{2}$.

3. تحقق أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1 - 2u_n)}{2u_n + 1}$، ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

4. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

5. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \dfrac{3^n u_n}{2u_n - 1}$.

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 6$.

ب) اكتب عبارة (v_n) بدلالة n، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \dfrac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$.

جـ) احسب $\lim un$

د) احسب المجموع S حيث: $S_n = \dfrac{1}{u_0} + \dfrac{1}{u_1} + \cdots + \dfrac{1}{u_n}$.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

صندوق يحتوي على تسع كريات لانفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي : أربع كريات حمراء تحمل الأحرف: A ، C ، B ، B وثلاث كريات خضراء تحمل الأحرف: A ، B ، C وكريتين بيضاوتين تحملان الأحرف: A ، C.

1. نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد. احسب احتمال الأحداث التالية:
A: " الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس اللون ".
B: " الكريات المسحوبة تحمل أحرف تمكننا من تشكيل كلمة BAC ".
D: " الكريات المسحوبة تحمل نفس اللون ويمكن تشكيل كلمة BAC ". ثم استنتج : $P_B(A)$ و $P(A \cup B)$.

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الألوان الظاهرة.

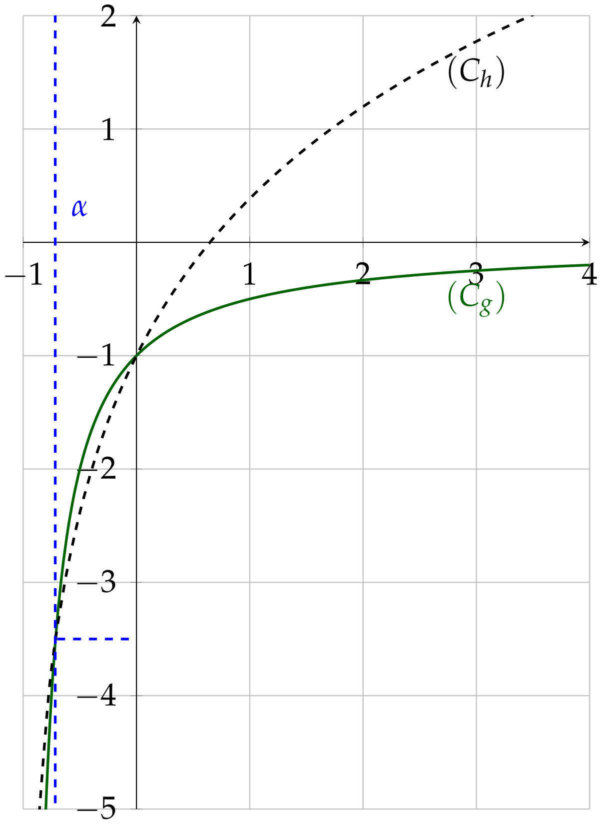
أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) بين أن : $P(X = 3) = \dfrac{24}{84}$ ثم احسب $P(X = 1)$ ، ثم استنتج بعدها $P(X = 2)$.

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمـرين الرابع: (7 نقاط)

الجزء الأول: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ (C_g) و (C_h) هما التمثيلان البيانيان على الترتيب للدالتين g و h المعرفتين على $\left]-1; +\infty\right[$ بـ $g(x) = \dfrac{-1}{x+1}$ و $h(x) = -1 + 2ln(x+1)$.



العدد الحقيقي α هو فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين (C_g) و (C_h) حيث: $-0,8 < \alpha < -0,7$.

1. بين أن المعادلة $g(x) = h(x)$ تقبل حلين أحدهما معدوم .

2. أ) بقراءة بيانية حدد الوضعية النسبية للمنحنيين (C_g) و (C_h).

ب) استنتج إشارة: $g(x) - h(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

الجزء الثاني:

1. لتكن f الدالة المعرفة على $D =]-1;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{ln(x+1)}{x^2}$، (C_f) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ثم $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ (لاحظ أن : $f(x) = \frac{1}{x} \times \frac{ln(x+1)}{x}$). ثم فسر النتائج بيانيا .

ب) أثبت أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

2. أ) أثبت أنه من أجل كل x من D لدينا: $f'(x) = \frac{[g(x) - h(x)]}{x^3}$.

ب) استنتج اتجاه تغير f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أثبت أن: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ثم أعط أدق حصر ممكن لـ $f(\alpha)$.

4. أنشئ كل من المستقيمات المقاربة ثم (C_f). (نأخذ $f(\alpha) \simeq -2,5$)

الجزء الثالث: نعتبر الدالة k المعرفة على D بـ: $k(x) = ln|f(x)|$

1. عين إشارة الدالة f من أجل كل x من D.

2. عين $k'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$، ثم استنتج إشارة $k'(x)$.

3. شكل جدول تغيرات الدالة k.

انتهى المـوضـوع الأول

الموضـوع الثاني

التمـرين الأول: (4 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ على العبارات الآتية مبررا إجابتك:

1. المعادلة $e^x - 10e^{-x} + 3 = 0$ لاتقبل حلولا على $\mathbb{R}$.
2. منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3 - \dfrac{4}{e^{2x}+1}$ تقبل مركز تناظر هو: $\omega(0;1)$.
3. حلول المعادلة التفاضلية $y'' = e^x + 1$ على $\mathbb{R}$ هي الدوال : $x \longmapsto e^x + x^2 + c_1 x + c_2$ حيث c_1 و c_2 ثابتان حقيقيان.
4. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1;1[$ بـ: $g(x) = \dfrac{1}{2}ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$ ، الدالة g فردية.

التمـرين الثاني: (5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \dfrac{5}{7}u_n + 1$.

1. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n < \dfrac{7}{2}$.

   ب) بين أن المتتالية u_n متزايدة ، ثم ايستنتج أنها متقاربة.

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \dfrac{1}{2u_n - 7}$.

   أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $5v_{n+1} = 7v_n$، ثم استنتج أن المتتالية v_n هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

   ب) اكتب عبارة (v_n) بدلالة n، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \dfrac{1}{2}\left[7 - 3\left(\dfrac{5}{7}\right)^n\right]$.

   جـ) احسب $\lim un$

3. نعتبر المجموع S حيث: $S = v_1 \times u_0 + v_2 \times u_1 + v_3 \times u_2 + \cdots v_{2022} \times u_{2021}$.

   - بين أن: $\dfrac{10}{7}S = \dfrac{35}{6}\left[1 - \left(\dfrac{7}{5}\right)^{2022}\right] + 2022$ (إرشاد: لاحظ أن $v_n.u_n = \dfrac{7v_n + 1}{2}$) .

التمـرين الثالث: (4 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على ثلاث كريات حمراء وكريتين خضراوتين ، وصندوق U_2 يحتوي على كريتين حمراوتين و ثلاث كريات خضراء ، كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 واحدة ونضعها في الصندوق U_2، ثم نسحب من الصندوق U_2 كريتين في آن واحد.

نرمز بـ A : الحصول على كرية حمراء من U_1 وبـ B الحصول على كريتين حمراوتين من U_2.

1. احسب $P(A)$ وبين أن: $P(A\cap B)=\dfrac{3}{25}$.
2. بين أن : $P(B)=\dfrac{11}{75}$، هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ علل.
3. علما أن الكريتين المسحوبتين من U_2 حمراوتبن . ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة من U_1 كانت حمراء.
4. الآن نقوم بوضع كل الكريات في صندوق واحد، ونسحب كريتين على التوالي دون إرجاع .
   X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الخضراء الظاهرة
   أ) عين قيم المتغير العشوائي X .
   ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمـرين الرابع: (7 نقاط)

الجزء الأول:

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x+2-x$

1. أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
   ب) استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$

، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j}\right)$.

1. احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{-x}g(x)$.
   ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
ب) ادرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياها.

5. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم (Δ).

6. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

7. مثل كلا من المماس (T) والمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

8. أ) بين أن الدالة $x \longmapsto -xe^{-x}$ هي دالة أصلية للدالة : $x \longmapsto (x-1)e^{-x}$ على المجال $]1;+\infty[$.
ب) احسب S_α مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = \alpha$.
ج) احسب $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} S_\alpha$.

9. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x-1}{e^x} = m$.

<u>انتهى المـوضـوع الثاني</u>

مع تمنياتنا لكل طلبتنا الأعزاء بالتـوفيـق والنجاح في بـكالوريا 2022