وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية غرداية

امتحان بكالوريا التجريبي | ثانوية حي سيدي اعباز -بنورة-

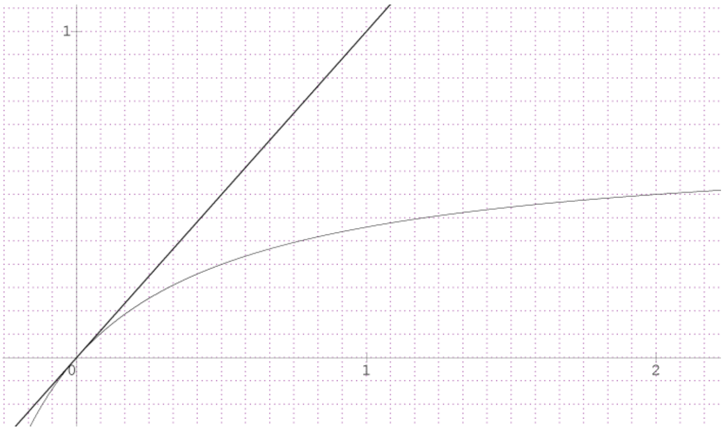
الشعبة: علوم تجريبية | دورة: ماي 2021

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 3ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين: **الموضوع الاول**

التمرين الأول: (05نقاط)

في المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ و $\left(C_f\right)$ المنحنى البياني الممثل للدالة f المعرفة كما يلي: $f\left(x\right)=\dfrac{2x}{2+3x}$



والمستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما هو موضح في الشكل.

لتكن $\left(u_n\right)$ المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\dfrac{2u_n}{2+3u_n} \end{cases}$

1- مثّل بيانيا على محور الفواصل الحدود u_0; u_1; u_2.
موضحا الخطوط (دون حسابها).

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\prec u_n\leq 2$

3- بيّن أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

- استنتج أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متقاربة ويطلب حساب نهايتها.

لتكن $\left(v_n\right)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{\alpha}{u_n}$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

1- عين قيمة α بحيث تكون $\left(v_n\right)$ متتالية حسابية واساسها $r=\dfrac{3}{2}$ ثم احسب حدها الأول.

2- نضع $\alpha=1$ عبّر عن v_n بدلالة n.

3- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\dfrac{2}{1+3n}$

4- لتكن المتتالية $\left(w_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=e^{v_n}$

5- عين طبيعة المتتالية $\left(w_n\right)$.

6- احسب الجداء: $P_n=w_0\times w_1\times....\times w_n$

التمرين الثاني:(04نقاط)

يحتوي كيس 4 كرات حمراء مرقمة 2 ,2 ,1 ,1 وأربع كرات بيضاء مرقمة 0 ,0 ,2 ,1 وكرتين خضراوين مرقمة -1 ,-2

لا يمكن التمييز بينها باللمس نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس.

1- احسب احتمال الحوادث التالية: - الحادثة A سحب كريتين من نفس اللون. - الحادثة B سحب كريتين مجموع ارقامهما يساوي 0.

- الحادثة C سحب كريتين مختلفتي اللون.

2- بيّن أن $P\left(B\cap C\right)=\dfrac{6}{45}$.

3- ليكون X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

4- عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم قانون الاحتمال.

- احسب الامل الرياضياتي $E\left(X\right)$.

التمرين الثالث: (04نقاط)

1- حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+10=0$

- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $\left(\overline{z}+2\right)^2-6\left(\overline{z}+2\right)+10=0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$، النقط $A;B;C$ و D نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=3-i,\quad z_B=3+i,\quad z_C=1+i,\quad z_D=1-i$

3- اكتب كلا من z_C و z_D على الشكل الاسي؛ ثم عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n=i$

4- عيّن عبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

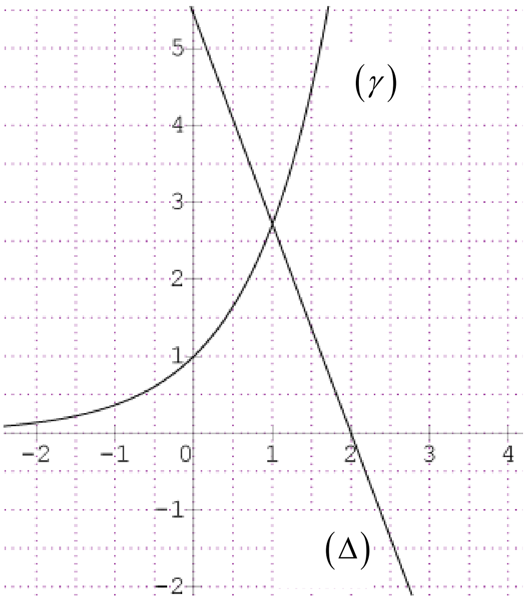
5- E النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران R

- تحقق ان لاحقة F هي: $z_F=5+3i$
- استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير.

6- أ- عيّن المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$

ب- عيّن المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-1-i|=|z-1+i|$

التمرين الرابع: (07نقاط)



ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto e^x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-ex+2e$

ولتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x+ex-2e$

أ- احسب $g(1)$؛ ثم بيّن أن $e^x-y=g(x)$

ب- بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ) على $\mathbb{R}$.

ت- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-x+2+(x-1)e^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.

1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.

2- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-e^{-x}g(x)$

- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بيّن أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T).

4- جد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T).

5- نقبل أن $f(\alpha)=f(\beta)=0$ بحيث $0{,}1\prec\alpha\prec0{,}3$ و $2{,}3\prec\beta\prec2{,}4$.

- احسب $f\left(\frac{-1}{2}\right)$ ثم أنشئ المستقيمين (T) و (T') ثم المنحنى (C_f).

6- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-1)e^{-x+1}=m-2$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الاول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على ثلاث كريات تحمل الأرقام 2 ، 2 و 3. ويحتوي صندوق U_2 على تسع كريات منها أربعة خضراء تحمل كل منها الرقم 3 وخمس كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 3 و 4. (الكريات لا يمكن التمييز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا كرية من الصندوق U_1 ونسجل رقمها وليكن n.

إذا كان $n=2$: نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كريتين على التوالي من دون إرجاع.

إذا كان $n=3$: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق U_2.

نعتبر الحدثين التاليين:

A: " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 لها نفس اللون".

B: " الكريات المسحوبة من الصندوق U_2 تحمل نفس الرقم".

1- أ- بين أن $P(A)=\frac{19}{54}$ ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B.

ب- بين أن $P(A\cap B)=\frac{55}{378}$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2.

- عين قانون اِحتمال المتغير العشوائي X وأحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (05نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z : $(z-4)(z^2-4z+8)=0$.

2- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C وD التي لواحقها على الترتيب :

$z_A=2-2i$ ، $z_B=4$ ، $z_C=-\overline{z_A}$ ، $z_D=-z_A$.

3- اكتب العدد المركب $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي، ثمّ استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه النقطة A ، يطلب تعيين النسبة وزاوية التشابه S.

4- اكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2021}$;ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي.

5- اكتب العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي عيّن طبيعة المثلث ACD.

6- جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-2),(C;2)\}$.

7- (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|(1+i)z+4|=8$

- تحقق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ) ، ثمّ عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميّزة

التمرين الثالث: (04نقاط)

لتكن (v_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل v_0 وأساسها q حيث: $\begin{cases} \ln(v_1)+\ln(v_2)=11 \\ v_1+v_2=e^4\left(1+e^3\right) \end{cases}$

1- احسب v_1 و v_2 ثمّ إستنتج قيمة الأساس q.

2- نضع $v_1=e^4$ و $q=e^3$.

أ- عبّر عن v_n بدلالة n.

ب- نضع $S_n=\ln(v_0)+\ln(v_1)+\ln(v_2)+...+\ln(v_n)$ ؛ أُحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

3- لتكن (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=au_n+b$ حيث a و b عددان حقيقيان.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\dfrac{1}{e^{4n+2}}v_n-\dfrac{1}{e}$.

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الرابع: (07نقاط)

لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=4\ln x+x^2-2$

1- ادرس تغيرات الدالة g ثمّ شكل جدول تغيراتها.

2- بيَن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن $1{,}1<\alpha<1{,}2$.

3- استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{x}(1+2\ln x)$,

و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{2x^2}$.

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقارب مائل يطلب تعيين معادلته.

5- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

6- جد معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ).

7- تحقق أن: $f(\alpha)=-\alpha+\dfrac{2}{\alpha}$ ثم عين حصر لـ $f(\alpha)$.

8- تقبل أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين β و λ حيث $2{,}2\prec\lambda\prec2{,}4$; $0{,}6\prec\beta\prec0{,}8$

- أنشئ كلا من المستقيم (T) و (Δ) والمنحنى (C_f).

9- ناقش بيانيا حسب الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-\dfrac{1}{2}x+m$

لتكن h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{x}(1+2\ln|x|)$

- احسب $h(-x)+h(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا.
- اكتب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.
- أنشئ في نفس المعلم (C_h) منحنى الدالة h.

انتهى الموضوع الثاني

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية غرداية
امتحان بكالوريا التجريبي | ثانوية حي سيدي اعباز-بنورة-
الشعبة: علوم تجريبية | دورة: ماي 2021

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 3ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $\left(\bar{z}-1+3i\right)\left(z^2-10z+50\right)=0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب :
$z_A=5+5i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=1+3i$

3- اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي.

4- اكتب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

5- بيّن أن $\left(\dfrac{z_A}{5\sqrt{2}}\right)^{2021}+\dfrac{z_A}{5\sqrt{2}}=0$

6- أ- عيّن z_D لاحقة النقط D يكون الرباعي $ADBC$ مستطيل .

ب- عيّن z_I لاحقة النقط I منتصف القطعة $[BC]$.

ج- بيّن أن النقط D ، O و I في استقامية .

ح- عيّن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z والتي تحقق : $Arg\left(-iz-z_B\right)=Arg\left(z-z_B\right)+2k\pi$

التمرين الثاني: (04نقاط)

1- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{3u_n-1}{2u_n}$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>1$.

ب- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-1)(1-2u_n)}{2u_n}$.

ج- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ثم استنتج أنها متقاربة .

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\dfrac{u_n-1}{2u_n-1}$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- عبّر عن v_n ثم u_n بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{v_0-1}{u_0}+\dfrac{v_1-1}{u_1}+\dfrac{v_2-1}{u_2}+\ldots+\dfrac{v_n-1}{u_n}$

4- احسب بدلالة n الجداء $P_n=v_0\times v_1\times\ldots v_n$

التمرين الثالث: (04نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس

منها خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 0، 0 ، 0 ، 0، 1 و ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: 0، 1 ، 1 و كريتين سوداوتين

مرقمتين بـ : 2 ، 2 ، نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق.

1) احسب احتمال الحوادث الأتية:

A "الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون".

B " الحصول على ثلاث كريات من نفس الرقم".

C " الحصول على ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى".

D " الحصول على ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى و ألوانها مختلفة مثنى مثنى".

2) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بعدد الكرات المتحصل عليها التي تحمل الرقم 0 بعد كل عملية سحب .

- عرّف قانون احتمال للمتغير العشوائي X .
- احسب امله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الرابع: (07نقاط)

I)نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-(x+1)e^{-x}$ و $h(x)=x+(x+2)e^{-x}$

1- أ- ادرس اتجاه تغير الدالة g

ب- استنتج أن $g(x)\geq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x .

2- أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h'(x)=g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بيّن أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-1,69<\alpha<-1,68$.

4- استنتج إشارة $h(x)$ على $\mathbb{R}$.

II– لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{1+xe^x}$.

و (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسيا.

ب-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{xe^{2x}h(x)}{\left(1+xe^x\right)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ).

ج- بين أن $f(\alpha)=\alpha+1-\dfrac{1}{\alpha+1}$ جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4- أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

5- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(-|x|)=m$

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الاول: (04نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل العدد 0 وخمس كريات سوداء تحمل العدد (-3) و كرتين حمراوتين تحملان العدد α (حيث $\alpha \in \mathbb{N}^*$) كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

1- احسب احتمال الحوادث الأتية:

A "الحصول على كريتين من نفس اللون".

B " الحصول على كريتين جداء الأعداد المسجلة عليها معدوم".

C " سحب كريتين حمراوين على الأكثر".

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع العددين المسجلين على الكرتين.

3- عرّف قانون احتمال للمتغير العشوائي. X

4- بيّن أن : $E(X)=\frac{2}{5}\alpha-3.$

5- عيّن أصغر قيمة للعدد الطبيعي α حتي يكون $E(X)>0$.

التمرين الثاني: (04نقاط)

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

II- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C لاحقاتها على الترتيب:

$z_B=\overline{z_A}$ $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_C=z_A-z_B$

1- اكتب كلا من z_A ; z_B و z_C على شكل الاسي ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

2- تحقق أن : $z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}z_A$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OAC .

3- عيّن بدقة طبيعة الرباعي $OBAC$.

4- ليكن r الدوران الذي مركزه O و يحول النقطة C إلى النقطة A .

أ- عيّن العبارت المركبة للدوران r ، ثم تحقق أن $r(A)=B$

ب- عيّن صورة الرباعي $OBAC$ بواسطة الدوران r.

5- عيّن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث: $|z-z_A|=|z-z_B|$

التمرين الثالث: (04نقاط)

1- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0=\alpha \\ u_{n+1}=\frac{3}{2}u_n^2 \end{cases}$ (حيث α عدد حقيقي موجب تماما)

أ- عيّن قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2- في كل ما يأتي نفرض أن $\alpha \neq \frac{2}{3}$

لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \ln(u_n) + \ln\frac{3}{2}$.

أ- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول بدلالة α.

ب- عبّر عن v_n بدلالة n و α.

ج- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2^n}$.

3- لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $w_0 = 0$ من أجل كل عدد طبيعي n: $w_{n+1} = 2w_n + v_n$.

و لتكن (t_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $t_n = \frac{w_n}{v_n}$

أ- بيّن أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- اكتب عبارة الحد العام t_n بدلالة n ثم استنتج عبارة w_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07نقاط)

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-e;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x + e + (x+e)\ln(x+e)$

1- بيّن أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -e} g(x) = -e$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بيّن أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حل وحيد α وأن $-1,50 < \alpha < -1,48$.

4- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-e;+\infty[$.

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-e;+\infty[$ بـ: $f(x) = x + x\ln(x+e)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -e} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-e;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x+e}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج- عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3- عيّن نقاط تقاطع المنحنى (C_f) قطع حامل محور الفواصل .

4- أنشئ (C_f) على المجال $]-e;+e]$

$III-$ نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = x(1+\ln(x)) - e\ln(x)$

(C_h) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $h(x) = f(x-e) + e$.

ب- اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) (ملاحظة : لا يطلب إنشاء (C_h)).

بالتوفيق والتميّز في امتحان شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني

الحل النموذجي للبكالوريا التجريبي لشعبة علوم تجريبية

الشعبة: علوم تجريبية   مديرية التربية لولاية غرداية

ثانوية: سيدي اعباز-بنورة   الأستاذ: قشار صالح

الموضوع الاول

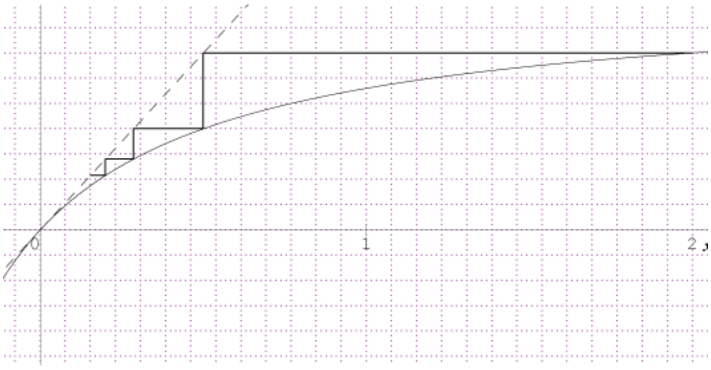
التمرين الأول: (05نقاط)

في المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f المعرفة كما يلي:

$f(x)=\frac{2x}{2+3x}$ والمستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\frac{2u_n}{2+3u_n} \end{cases}$

1- تمثيل على محور الفواصل الحدود $u_0;\ u_1;\ u_2$.



2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \prec u_n \le 2$

نسمي $0 \prec u_n \le 2$ الخاصية $P(n)$

التحقيق من أجل $P(0)$

لدينا $u_0=2$ ومنه $0 \prec u_0 \le 2$ ومن الخاصية محققة.

نفرض صحة الخاصية $P(n)$

نبرهن صحة الخاصية من أجل $P(n+1)$ أي $0 \prec u_{n+1} \le 2$

لدينا الدالة المرفقة $f(x)=\frac{2x}{2+3x}$ ومنه $f'(x)=\frac{6}{(2+3x)^2}$

ومنه $f(0) \prec f(u_n) \le f(2)$ ومنه $0 \prec u_{n+1} \le \frac{1}{2}$

ومنه حسب خاصية التعدي $0 \prec u_{n+1} \le 2$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $0 \prec u_n \le 2$

3- تبيان أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

$$u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n}{2+3u_n}-u_n=\frac{2u_n-2u_n-3u_n^{\ 2}}{2+3u_n}=\frac{-3u_n^{\ 2}}{2+3u_n}$$

ومنه $\frac{-3u_n^{\ 2}}{2+3u_n} \prec 0$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حساب نهايتها

بما أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة. نضع $\lim\limits_{x\to+\infty} u_{n+1}=\lim\limits_{x\to+\infty} u_n=l$

ومنه $l=\frac{2l}{2+3l}$ تكافئ $l2+3l^2-2l=0$ ومنه $l=0$

لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\frac{\alpha}{u_n}$

- تعين قيمة α بحيث تكون (v_n) متتالية حسابية واساسها $r=\frac{3}{2}$

$$v_{n+1}=\frac{\alpha}{u_{n+1}}=\frac{\alpha}{\frac{2u_n}{2+3u_n}}=\frac{\alpha 2+\alpha 3u_n}{2u_n}$$

ومنه $v_{n+1}=v_n+r$ ومنه $\frac{\alpha 2+\alpha 3u_n}{2u_n}=\frac{\alpha}{u_n}+\frac{3}{2}$

ومنه $\frac{2\alpha+3\alpha u_n}{2u_n}=\frac{2\alpha+3u_n}{2u_n}$ ومنه $2\alpha+3\alpha u_n=2\alpha+3u_n$

ومنه $\alpha=1$ وحدها الأول $v_0=\frac{1}{u_0}=\frac{1}{2}$

1- نضع $\alpha=1$ عبارة v_n بدلالة n

$$v_n=v_0+nr=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}n$$

2- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{2}{1+3n}$

$$v_n=\frac{1}{u_n} \text{ ومنه } u_n=\frac{1}{v_n} \text{ ومنه } u_n=\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}n}$$

ومنه $u_n=\frac{2}{1+3n}$

3- لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=e^{v_n}$

تعيين طبيعة المتتالية (w_n):

$$w_n=e^{v_n}=e^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}n}=e^{\frac{1}{2}}e^{\frac{3}{2}n}=\sqrt{e}\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^n$$

ومنه (w_n) متتالية هندسية واساسها $q=e^{\frac{3}{2}}$ و $w_0=\sqrt{e}$

4- حساب الجداء:

$$P_n=w_0\times w_1\times\dots\times w_n$$

$$=\sqrt{e}\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^0\sqrt{e}\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^1\sqrt{e}\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^2\dots\sqrt{e}\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^n$$

$$=\sqrt{e}^{\,n+1}\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^{0+1+2+\dots+n}$$

ومنه $P_n=\sqrt{e}^{\,n+1}\left(e^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{n+1}{2}n}$

التمرين الثاني:(04نقاط)

يحتوي كيس 4 كرات حمراء مرقمة 2 ,2 ,1 ,1 وأربع كرات بيضاء مرقمة 0 ,0 ,2 ,1 وكرتين خضراوين مرقمة 1− ,2−

لا يمكن التمييز بينها باللمس نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين

1- حساب احتمال الحداث B,A و C التالية:

- الحادثة A سحب كريتين من نفس اللون:

$$P(A)=\frac{C_4^2+C_4^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{13}{15}$$

- الحادثة B سحب كريتين مجموع ارقامهما يساوي 0:

$$P(B)=\frac{C_1^1C_3^1+C_1^1C_3^1+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{7}{45}$$

- الحادثة C سحب كريتين مختلفتي اللون:

$$P(C)=1-\frac{13}{15}=\frac{2}{15}$$

2- تبيان أن $P(B\cap C)=\frac{6}{45}$.

$$P(B\cap C)=\frac{C_1^1C_1^1+C_1^1C_2^1+C_1^1C_1^1+C_1^1C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$$

ليكون X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المتحصل عليهما.

3- تعيين قيم المتغير العشوائي $X=\{0;-2;-1;1;2;3;4\}$

$P(X=-3)=\frac{C_1^1C_1^1}{C_{10}^2}=\frac{1}{45}$ $P(X=-2)=\frac{C_1^1C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{45}$

$P(X=-1)=\frac{C_1^1C_2^1+C_1^1C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{5}{45}$;$P(X=1)=\frac{C_2^1C_3^1+C_3^1C_1^1}{C_{10}^2}=\frac{9}{45}$

$P(X=2)=\frac{C_2^1C_3^1+C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{9}{45}$;$P(X=3)=\frac{C_3^1C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{9}{45}$

$P(X=4)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{3}{45}$;$P(X=0)=\frac{7}{45}$

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{5}{45}$	$\frac{7}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{3}{45}$

- حساب الامل الرياضياتي: $E(X)=\frac{6}{5}$

التمرين الثالث: (04نقاط)

1- حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-6z+10=0$

$\Delta=-4=4i^2$ ومنه $z_1=3+2i$ و $z_2=3-2i$

- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث:

$$\left(\bar{z}+2\right)^2-6\left(\bar{z}+2\right)+10=0$$

$\bar{z}+2=3-2i$ ومنه $\bar{z}=1-2i$ ومنه $z=1+2i$

$\bar{z}+2=3+2i$ ومنه $\bar{z}=1+2i$ ومنه $z=1-2i$

1- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، النقط $A;B;C$ و D نقط

$$z_A=3-i,\quad z_B=3+i,\quad z_C=1+i,\quad z_D=1-i$$

2- كتاب كلا من z_C و z_D على الشكل الاسي

$z_D=1-i=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C=1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

تعيين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n=i$

يكافئ $\left(\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^n=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $\frac{n\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$

ومنه $n=1+2k$ حيث $k\in\mathbb{N}$

3- تعيين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

$z'-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-z_A)$ ومنه $z'=i(z-z_A)+z_A$ ومنه

$z'=i(z-3+i)+3-i$ ومنه $z'=iz-3i-1+3-i$

ومنه $z'=iz-4i+2$

4- E النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران R

- التحقق ان لاحقة F هي: $z_F=5+3i$

$$z'=i(7-3i)-4i+2=i7+3+2-4i=5+3i=z_F$$

- استنتاج طبيعة المثلث AFE مع التبرير.

لدينا $z_F-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}(z_E-z_A)$ يكافئ $\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}=e^{i\frac{\pi}{2}}$

لدينا $\left|\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}\right|=1$ ومنه $EA=FA$

$\arg\left(\frac{z_F-z_A}{z_E-z_A}\right)=\frac{\pi}{2}$ أي $(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF})=\frac{\pi}{2}$

ومنه المثلث AFE قائم في A ومتساوي الساقين.

5- أ- تعيين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث

$z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$

ب- مجموعة النقط M هي نصف المستقيم $[DM)$ باستثناء المبدأ z_D وميله $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

ب- تعيين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z-1-i|=|z-1+i|$

تكافئ $|z-(1-i)|=|z-(1+i)|$ ومنه $|z-z_C|=|z-z_D|$

ومنه $CM=DM$ ومنه مجموعة النقط M هي محور القطعة $[CD]$

التمرين الرابع: (07نقاط)

ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto e^x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-ex+2e$

ولتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x+ex-2e$

أ- $g(1)=0$; ثم تبيان أن $e^x-y=e^x+ex-2e=g(x)$

بقراءة بيانية تحديد وضعية بين المنحنى (γ) للمستقيم (Δ)

- من أجل $x\prec 1$ المنحنى (γ) تحت (Δ).
- من أجل $x\succ 1$ المنحنى (γ) فوق (Δ).
- المنحنى (γ) يقطع المستقيم (Δ) عند النقطة $(1;e)$

ب- استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-x+2+(x-1)e^{-x+1}$

1- حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم تبيان أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}-x+2+(x-1)e^{-x+1}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}-x+2+(x-1)e^{-x+1}=\lim_{x\to+\infty}-x+2+(x-1)\frac{1}{e^x}e$$

$$=\lim_{x\to+\infty}-x+2+\left(\underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0}-\underbrace{\frac{1}{e^x}}_{0}\right)e=-\infty$$

2- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-e^{-x}g(x)$

$$f'(x)=-1+e^{-x+1}-(x-1)e^{-x+1}=-1-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}$$

$$-e^{-x}g(x)=-e^{-x}\left(e^x+ex-2e\right)=-1-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}$$

ومنه $f'(x)=-e^{-x}g(x)$

- دراسة اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;1]$ ومتناقصة تماما على $[1;+\infty[$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1	↘ $-\infty$

3- تبيان أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

بما أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-1)e^{-x+1}=0$ فإن المستقيم $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (T)

لدينا $f(x)-(-x+2)=(x-1)e^{-x+1}$

لدينا $e^{-x+1}\succ 0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة $x-1$

- من أجل $x\prec 1$ المنحنى (C_f) تحت (T).
- من أجل $x\succ 1$ المنحنى (C_f) فوق (T).
- المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (T) عند النقطة $(1;1)$

4- ايجاد (T') معادلة المماس الموازي للمستقيم المقارب المائل (T).

نحل المعادلة $f'(x)=-1$ ومنه $-1-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}=-1$

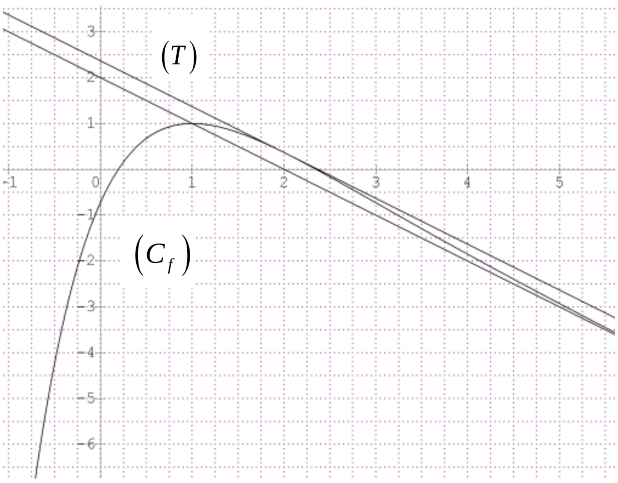
ومنه $-xe^{-x+1}+2e^{-x+1}=0$ ومنه $e^{-x+1}(-x+2)=0$

ومنه $x=2$ ومنه $y=f'(2)(x-2)+f(2)$ ومنه

$y=-1(x-2)+\frac{1}{e}$ ومنه $(T'):\ y=-x+2+\frac{1}{e}$

5- نقبل أن $f(\alpha)=f(\beta)=0$ بحيث $0{,}1\prec\alpha\prec 0{,}3$ و

إنشاء المستقيمين (T) و (T') ثم المنحنى (C_f) و $\left(\frac{-1}{2}\right)\simeq -4{,}2$



7- المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(x-1)e^{-x+1}=m-2$ تكافئ

$-x+2+(x-1)e^{-x+1}=-x+m$ ومنه $f(x)=-x+m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم $y=-x+m$

من أجل $]-\infty;2]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

من اجل $\left]2;2+\frac{1}{e}\right[$ المعادلة تقبل حلين متمايزين.

من أجل $m=\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل مضاعف.

من أجل $\left]2+\frac{1}{e};+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلول.

الموضوع الثاني

التمرين الاول: (04 نقاط)

1- أ- تبيان أن $P(A)=\frac{19}{54}$

$$P(A)=\frac{2}{3}\times\frac{A_4^2+A_5^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_4^3+C_5^3}{C_9^3}=\frac{19}{54}$$

حساب $P(B)$ احتمال الحدث B.

$$P(B)=\frac{2}{3}\times\frac{A_5^2+A_2^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{46}{189}$$

ت- تبيان أن $P(A\cap B)=\frac{55}{378}$

$$P(A\cap B)=\frac{2}{3}\times\frac{A_4^2+A_2^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{55}{378}$$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة، عدد الكريات الحمراء المسحوبة من الصندوق U_2.

3- قيم المتغير العشوائي $X=\{0,1,2,3\}$

$$P(x=0)=\frac{2}{3}\times\frac{A_4^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{8}{63}\simeq 0,13;$$

$$P(x=1)=\frac{2}{3}\times\frac{A_5^1A_4^1}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^1C_4^2}{C_9^3}+\frac{2}{3}\times\frac{A_4^1A_5^1}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^1C_4^2}{C_9^3}=\frac{115}{189}\simeq 0,61$$

$$P(x=2)=\frac{2}{3}\times\frac{A_5^2}{A_9^2}+\frac{1}{3}\times\frac{C_5^2C_4^1}{C_9^3}=\frac{85}{378}\simeq 0,22$$

$$P(x=3)=\frac{1}{3}\times\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{5}{126}\simeq 0,04$$

- تعيين قانون إحتمال المتغير العشوائي X

X	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	0,13	0,61	0,22	0,04

- الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X $E(X)=1,17$

التمرين الثاني: (05نقاط)

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z-4)(z^2-4z+8)=0$.

ومنه إما $z=4$ أو $z^2-4z+8=0$ ومنه $\Delta=-16=i^2 16$

ومنه $z_1=\frac{4+i4}{2}=2+2i$ و $z_2=2-2i$

ومنه $s=\{2-2i\,;2+2i\,;4\}$

2- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس:

$z_A=2-2i$ ، $z_B=4$ ، $z_C=-\overline{z_A}$ ، $z_D=-z_A$.

3- كتابة العدد المركب L على الشكل الأسي:

$$L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{-2-2i-2+2i}{4-2+2i}=\frac{-4}{2+2i}$$

$$=\frac{-2}{1+i}=\frac{-2(1-i)}{2}=-1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

استنتاج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه النقطة A ، يطلب تعيين النسبة وزاوية التشابه S.

لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ومنه $z_C-z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}(z_B-z_A)$

ومنه لدينا تشابه مباشر S مركزه النقطة A ويحول النقطة B إلى النقطة C نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$.

4- كتابة العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2021}$ على الشكل الجبري:

لدينا $z_C=-\overline{z_A}=-2-2i=2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}$ ،

$$z_D=-z_A=-2+2i=2\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}}$$

$$\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2021}=\left(\frac{2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}}{2\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}}}\right)^{2021}=\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2021}=e^{i\frac{2021\pi}{2}}$$

ومنه $e^{i\frac{2021\pi}{2}}=\cos\left(\frac{2021\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{2021\pi}{2}\right)=i$

تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي.

$\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n=\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{2}}$ ومنه $\arg\left(\frac{z_C}{z_D}\right)=k\pi$ يكافئ

ومنه $\frac{n\pi}{2}=k\pi$ ومنه $n=2k$ حيث $k\in\mathbb{N}$

5- كتابة العدد المركب $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي تعيين طبيعة المثلث ACD .

$$\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}=\frac{2-2i+2+2i}{-2+2i+2i}=\frac{4}{4i}=-i=e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

ومنه $\left|\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right|=1$ أي $AC=AD$

و $\arg\left(\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}\right)=-\frac{\pi}{2}$ أي $(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA})=-\frac{\pi}{2}$

ومنه المثلث ACD قائم في C ومتساوي الساقين.

6- لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-2),(C;2)\}$

$$z_G=\frac{z_A-2z_B+2z_C}{1}=2-2i-8-4-4i=-10-6i$$

-7 (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|(1+i)z+4|=8$

- التحقق أنّ النقطة A تنتمي إلى (Γ)

$|(1+i)z_A+4|=8$ ومنه $|(1+i)(2-2i)+4|=8$

$|2+2-2i+2i+4|=8$ ومنه $|8|=8$ ومنه $A\in(\Gamma)$

- تعيين طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميّزة

$|(1+i)z+4|=8$ تكافئ $\left|(1+i)\left(z+\frac{4}{1+i}\right)\right|=8$ ومنه

$|1+i|\left|z+\frac{4}{1+i}\right|=8$ ومنه $|1+i|\left|z+\frac{4(1-i)}{(1+i)(1-i)}\right|=8$ ومنه

$\sqrt{2}\left|z+\frac{4(1-i)}{2}\right|=8$ ومنه $|z-(-2+2i)|=\frac{8}{\sqrt{2}}$

ومنه $|z-z_D|=\frac{8}{\sqrt{2}}$ ومنه $MD=\frac{8}{\sqrt{2}}$

ومنه مجموعة النقط M هي دائرة مركزها النقطة D ونصف قطرها $r=\frac{8}{\sqrt{2}}$

التمرين الثالث: (04نقاط)

(v_n) متتالية هندسية متزايدة تماما، حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل v_0 وأساسها q حيث:

$$\begin{cases}\ln(v_1)+\ln(v_2)=11\\ v_1+v_2=e^4(1+e^3)\end{cases}$$

-1 حساب v_1 و v_2 ثمّ إستنتاج قيمة الأساس q

$$\begin{cases}\ln(v_1v_2)=11\\ v_1+v_2=e^4(1+e^3)\end{cases}$$ ومنه $$\begin{cases}v_1v_2=e^{11}\\ v_1+v_2=e^4(1+e^3)\end{cases}$$

ومنه $x^2-e^4(1+e^3)x+e^{11}=0$ ومنه

$$\Delta=\left(e^4(1+e^3)\right)^2-4e^{11}=e^8(1+e^6+2e^3)-4e^{11}$$

$$=e^8(1+e^6+2e^3-4e^3)=e^8(1+e^6-2e^3)$$

ومنه $\Delta=e^8(1-e^3)^2$

$$x_1=\frac{e^4(1+e^3)+\sqrt{e^8(1-e^3)^2}}{2}=e^4\quad x_2=\frac{e^4(1+e^3)-\sqrt{e^8(1-e^3)^2}}{2}=e^7$$

ومنه $v_1=e^4,\ v_2=e^7$ ومنه $q=\frac{v_2}{v_1}=\frac{e^7}{e^4}=e^3$

2-أ- تعبير عن v_n بدلالة n. $v_n=v_1q^{n-1}=e^4(e^3)^{n-1}=e^{3+3n}$

ث- نضع $S_n=\ln(v_0)+\ln(v_1)+...+\ln(v_n)$

بما أن (v_n) متتالية هندسية فإن $\ln(v_n)=3+3n$ هي متتالية حسابية أساسها $r=3$ وحدها الأول يساوي 3

ومنه $S_n=\frac{n+1}{2}(9+3n)$ ومنه

$$S_n=\frac{(1+n)(9+3n)}{2}=\frac{3n^2+12n+9}{2}$$

ومنه $\lim_{n\to+\infty}S_n=+\infty$

-3 لتكن (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=au_n+b$ حيث a و b عددان حقيقيان.

أ- تعيين العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{1}{e^{4n+2}}v_n-\frac{1}{e}$.

$$u_{n+1}=\frac{1}{e^{4(n+1)+2}}v_{n+1}-\frac{1}{e}=\frac{1}{e^{4(n+1)+2}}e^{3+3(n+1)}-\frac{1}{e}$$

$$=\frac{1}{e^{4n+4+2}}e^{3+3n+3}-\frac{1}{e}=\frac{e^3}{e^{4n+6}}v_n-\frac{1}{e}...(1)$$

لدينا $$u_{n+1}=au_n+b=a\left(\frac{1}{e^{4n+2}}v_n-\frac{1}{e}\right)+b$$

$$=\frac{a}{e^{4n+2}}v_n-\frac{a-eb}{e}....(2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد $\frac{a}{e^{4n+2}}=\frac{e^3}{e^{4n+6}}$ ، $\frac{a-eb}{e}=\frac{1}{e}$ ومنه $a=\frac{1}{e}$

$\frac{\frac{1-e^2b}{e}}{e}=\frac{1}{e}$ ومنه $\frac{1-e^2b}{e^2}=\frac{1}{e}$ ومنه $b=\frac{1-e}{e^2}$

ب- $\lim_{x\to+\infty}u_n=\frac{1}{e^{4n+2}}e^{3+3n}-\frac{1}{e}$

$=\lim_{x\to+\infty}\frac{e}{e^n}-\frac{1}{e}=-\frac{1}{e}$ ومنه $\lim_{n\to+\infty}u_n=-\frac{1}{e}$

التمرين الرابع: (07نقاط)

لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$g(x)=4\ln x+x^2-2$

-1 دارسة تغيرات الدالة g ثمّ تشكيل جدول تغيراتها

حساب النهايات: $\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to 0^+}g(x)=-\infty$

حساب المشتقة: الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$

$g'(x)=\frac{4}{x}+2x$ ومنه $g'(x)\succ 0$ ومنه الدالة g متزايدة تماما

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2- تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن $1,1<\alpha<1,2$

بما أن الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]0;+\infty[$ ومغيرة من اشارتها فإنها تقبل حلاوحيدا

التحقق أن $1,1<\alpha<1,2$ $g(1,1)=-0.4$ و $g(1,2)=0,15$

بما ان $g(1,1)\times g(1,2)\prec 0$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,1<\alpha<1,2$

3- استنتاج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}(1+2\ln x)$

1- حساب النها

$$\lim_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} \underset{0}{-\frac{1}{2}x}+\underset{+\infty}{\frac{1}{x}}\left(\underbrace{1+2\ln x}_{-\infty}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}+2\frac{\ln x}{x}=-\infty$$

2- تبيان أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=-\frac{g(x)}{2x^2}$

$$f'(x)=-\frac{1}{2}-\frac{1}{x^2}(1+2\ln x)+\frac{2}{x}\times\frac{1}{x}$$

$$=\frac{-x^2-2-4\ln x+4}{2x^2}=\frac{-\left(x^2+4\ln x-2\right)}{2x^2}=\frac{-g(x)}{2x^2}$$

3- دراسة اتجاه التغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها:

$$f'(x)=-\frac{g(x)}{2x^2}$$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$

4- تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم (Δ) مقارب مائل يطلب تعيين معادلته

بما أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}+2\frac{\ln x}{x}=0$ فإن (C_f) يقبل المستقيم (Δ) $y=-\frac{1}{2}x$ مقارب مائل

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

$$f(x)-\left(-\frac{1}{2}x\right)=\frac{1+2\ln x}{x}$$

لدينا $x\succ 0$ ومنه إشارة الفرق من إشارة البسط

x	0		$\frac{1}{\sqrt{e}}$		$+\infty$
$1+2\ln(x)$		$-$	0	$+$	

من أجل $0\prec x\prec\frac{1}{\sqrt{e}}$ المنحنى (C_f) تحت (Δ).

من أجل $x\succ\frac{1}{\sqrt{e}}$ المنحنى (C_f) فوق (Δ).

المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ) عند النقطة $\left(\frac{1}{\sqrt{e}};-\sqrt{e}\right)$

6- ايجاد معادلة للمماس (T) الموازي للمستقيم (Δ).

نحل المعادلة $f'(x)=-\frac{1}{2}$ ومنه $\frac{-\left(x^2+4\ln x-2\right)}{2x^2}=-\frac{1}{2}$

ومنه $4\ln x-2=0$ ومنه $x=e^{\frac{1}{2}}$

$$y=f\left(e^{\frac{1}{2}}\right)\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)+f\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$$

ومنه $=-\frac{1}{2}\left(x-e^{\frac{1}{2}}\right)-\frac{e^{\frac{1}{2}}}{2}+\frac{2}{e^{\frac{1}{2}}}$

$$(T):\quad y=-\frac{1}{2}x+\frac{2}{\sqrt{e}}$$

7- التحقق أن: $f(\alpha)=-\alpha+\frac{2}{\alpha}$ لدينا $g(\alpha)=0$

$g(\alpha)=4\ln\alpha+\alpha^2-2$ ومنه $\frac{-\alpha^2+2}{4}=\ln\alpha\ldots(1)$

$$f(\alpha)=-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{\alpha}(1+2\ln\alpha)\ldots.(2)$$

بتعويض (1) في (2) نجد $f(\alpha)=-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{\alpha}\left(1+2\times\frac{-\alpha^2+2}{4}\right)$

ومنه $=-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{\alpha}+\frac{-\alpha^2+2}{2\alpha}=\frac{-\alpha^2+2-\alpha^2+2}{2\alpha}=\frac{-\alpha^2+2}{\alpha}$

$$f(\alpha)=-\alpha+\frac{2}{\alpha}$$

تعيين حصر لـ $f(\alpha)$ لدينا $f'(\alpha)=-1-\frac{2}{\alpha^2}$

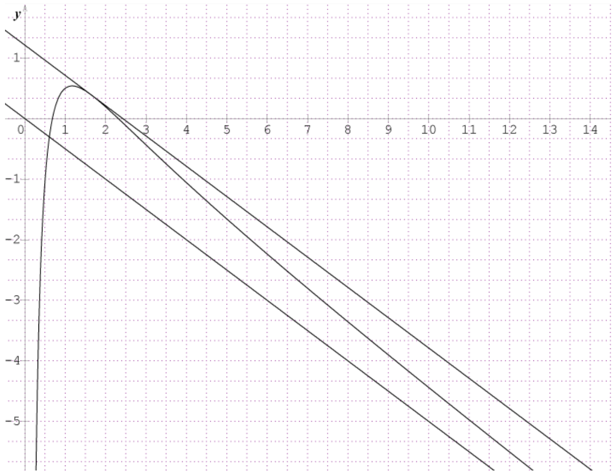
ومنه $f(1,2)<f(\alpha)<f(1,1)$

ومنه $0,537\prec f(\alpha)\prec 0,538$

8- نقبل أن المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل حلين β و λ حيث

$0,6 \prec \beta \prec 0,8;\ \ 2,2 \prec \lambda \prec 2,4$

- إنشاء كلا من المستقيم (T) و (Δ) والمنحنى $\left(C_f\right)$



9- المناقشة البيانية حسب الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة

$$f\left(x\right)=-\frac{1}{2}x+m$$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$

والمستقيم $y=-\frac{1}{2}x+m$

من أجل $]-\infty;0]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.

من اجل $\left]0;\frac{2}{\sqrt{e}}\right[$ المعادلة تقبل حلين متمايزين.

من أجل $m=\frac{2}{\sqrt{e}}$ المعادلة تقبل حل مضاعف.

من أجل $\left]\frac{2}{\sqrt{e}};+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلول.

h الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ بـ: $h\left(x\right)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln|x|\right)$

- احساب $h\left(-x\right)+h\left(x\right)$, ثم فسر النتيجة هندسيا.

$$h\left(-x\right)+h\left(x\right)=$$

$$=\frac{1}{2}x-\frac{1}{x}\left(1+2\ln|x|\right)-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln|x|\right)=0$$

ومنه $h\left(-x\right)+h\left(x\right)=0$ ومنه الدلة h فردية ومنحنها متناظر بالنسبة للمبدأ

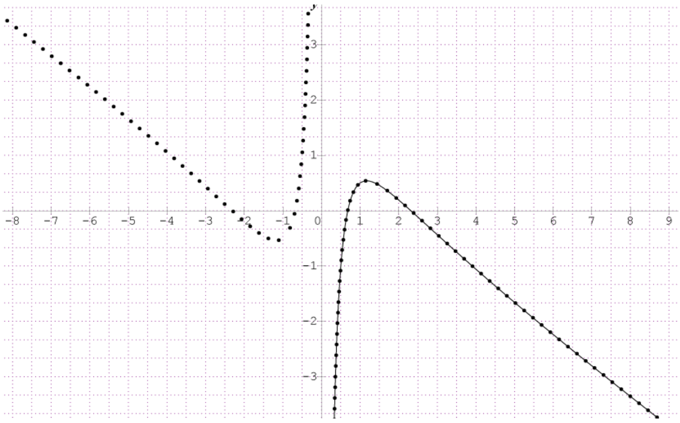
كتاب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.

$$h\left(x\right)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln x\right) & si\ \ x\succ 0\\ -\frac{1}{2}x+\frac{1}{x}\left(1+2\ln -x\right) & si\ \ x\prec 0\end{cases}$$

ومنه $h\left(x\right)=f\left(x\right)$ من أجل $x\succ 0$ ومنه $\left(C_f\right)$ و $\left(C_h\right)$ ومطابقان

وبما إن الدالة h فردية فإن منحناها متناظر بالنسبة للمبدأ

- إنشاء في نفس المعلم $\left(C_h\right)$ منحنى الدالة h:



انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صالح

تتوقف عن المحاولة تتوقف عن الابداع

التمرين الأول: (05نقاط)

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(\overline{z}-1+3i\right)\left(z^2-10z+50\right)=0$

ومنه $\overline{z}-1+3i=0$ أو $z^2-10z+50=0$

ومنه $z=1+3i$ أو $\Delta=-100=i^2100$

ومنه $z_1=\dfrac{10+i10}{2}=5+5i$ $\quad z_2=5-5i$

ومنه $s=\{1+3i;5+5i;5-5i\}$

2- $z_A=5+5i$ ، $z_B=\overline{z_A}=5-5i$ و $z_C=1+3i$

3- كتابة كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي:

$z_A=5+5i$ ومنه $z_A=5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$; $z_B=\overline{z_A}=5\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$

4- كتابة العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ،

$$\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}=\frac{5+5i-1-3i}{5-5i-1-3i}=\frac{4+2i}{4-8i}=\frac{1}{2}i=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

لدينا $\arg\left(\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}\right)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ أي $\left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}\right)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$

- استنتج طبيعة المثلث ABC : ومنه المثلث ABC قائم في C .

5- تبينا أن $\left(\dfrac{z_A}{5\sqrt{2}}\right)^{2021}+\dfrac{z_A}{5\sqrt{2}}=0$

$$\left(\frac{z_A}{5\sqrt{2}}\right)^{2021}+\frac{z_A}{5\sqrt{2}}=\left(\frac{5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{5\sqrt{2}}\right)^{2021}+\frac{5\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{5\sqrt{2}}$$

$$=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2021}+e^{i\frac{\pi}{4}}=e^{i\frac{2021\pi}{4}}+e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$=\cos\left(\frac{2021\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{2021\pi}{4}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

ومنه $=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-i\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+i\dfrac{\sqrt{2}}{2}=0$

6- أ-تعيين z_D لاحقة النقط D يكون الرباعي $ADBC$ مستطيل

يكافئ: $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$ ومنه $z_D-z_A=z_B-z_C$ ومنه $z_D=9-3i$

ب-تعيين z_I لاحقة النقط I منتصف $[BC]$: $z_I=6-2i$

ج- تبيان أن النقط D ، O و I في استقامية

$\dfrac{z_D-z_O}{z_I-z_O}=\dfrac{9-3i}{6-2i}=\dfrac{3}{2}$ ومنه $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OD}\right)=2\pi$

ومنه النقط D ، O و I في استقامية.

ح- تعيين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z

والتي تحقق : $Arg\left(-iz-z_B\right)=Arg\left(z-z_B\right)+2k\pi$

ومنه $Arg\left(-i\left(z+\dfrac{5-5i}{i}\right)\right)=Arg\left(z-z_B\right)+2k\pi$

ومنه $-\dfrac{\pi}{2}+Arg\left(z-5-5i\right)=Arg\left(z-z_B\right)+2k\pi$

ومنه $Arg\left(z-5-5i\right)-Arg\left(z-z_B\right)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$

ومنه $Arg\left(\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$

ومنه مجموعة النقط M هي نصف دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء A و B

التمرين الثاني: (04نقاط)

1- (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=2$ و من

أجل كل عدد طبيعي n: $\quad u_{n+1}=\dfrac{3u_n-1}{2u_n}$

لدينا الدالة المرفقة $f(x)=\dfrac{3x-1}{2x}$ ومنه $f'(x)=\dfrac{1}{2x^2}$

ومنه الدالة f متزايدة تماما.

البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>1$.

نسمي الخاصية $P(n)$ $\; u_n>1$

التحقق من أجل $P(0)$ لدينا $u_0=2$ ومنه $u_0>1$

نفرض صحة $P(n)$

نبرهن صحة $P(n+1)$ أي $u_{n+1}>1$

لدينا من الفرضية $u_n>1$ ومنه $f(u_n)>f(1)$ ومنه $u_{n+1}>1$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $u_n>1$

أ- تبيان : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-1)(1-2u_n)}{2u_n}$

$$u_{n+1}-u_n=\frac{3u_n-1}{2u_n}-u_n=\frac{3u_n-1-2u_n^2}{2u_n}$$

$$=\frac{(u_n-1)(1-2u_n)}{2u_n}$$

ج- استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ،ثم استنتاج أنها متقاربة:

Un	$-\infty$	$1/2$	1	$+\infty$
$Un+1-Un$		0	0	$-$

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

بما أن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة

2- (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\quad v_n=\dfrac{u_n-1}{2u_n-1}$

1-تبيان أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

$$v_{n+1}=\frac{u_{n+1}-1}{2u_{n+1}-1}=\frac{\frac{3u_n-1}{2u_n}-1}{\frac{6u_n-2}{2u_n}-1}=\frac{\frac{3u_n-1-2u_n}{2u_n}}{\frac{4u_n-2-2u_n}{2u_n}}$$

$$=\frac{u_n-2}{2\left(2u_n-1\right)}=\frac{1}{2}v_n$$

ومنه $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و $v_0=\frac{u_0-1}{2u_0-1}=\frac{1}{3}$

تعبير عن v_n ثم u_n بدلالة n، ثم حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

$$v_n=v_0\times q^n=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

لدينا $v_n=\frac{u_n-1}{2u_n-1}$ ومنه $2v_nu_n-v_n-u_n=-1$ ومنه

$$u_n=\frac{v_n-1}{2v_n-1} \text{ ومنه } u_n=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}{2\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}$$

$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$

3- حساب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n=\frac{v_0-1}{u_0}+\frac{v_1-1}{u_1}+\frac{v_2-1}{u_2}+...+\frac{v_n-1}{u_n}$$

لدينا $u_n=\frac{v_n-1}{2v_n-1}$ ومنه $\frac{v_n-1}{u_n}=2v_n-1$ ومنه

ومنه $S_n=2v_0-1+2v_1-1+...+2v_n-1$

$$S_n=2\left(v_0+v_1+...+v_n\right)-\left(n+1\right)$$

ومنه $S_n=2\left(\frac{1}{3}\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}}\right)-\left(n+1\right)$ ومنه

$$S_n=\frac{4}{3}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)-\left(n+1\right)$$

4- حساب بدلالة n الجداء

$$P_n=v_0\times v_1\times...v_n=v_0\times q^0\times v_0\times q^1\times....\times v_0\times q^n$$

$$=v_0^{\,n+1}\times q^{0+1+2+...+n}=\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n+1}{2}n}$$

التمرين الثالث: (04نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس منها خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 0، 0، 0، 0، 1 و ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: 0، 1، 1 و كريتين سوداوتين مرقمتين بـ : 2، 2، نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات

1) حساب احتمال الحوادث الأتية:

A "الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون".

$$P\left(A\right)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{11}{120}$$

B " الحصول على ثلاث كريات من نفس الرقم".

$$P\left(B\right)=\frac{C_5^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{11}{120}$$

C " الحصول على ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى".

$$P\left(C\right)=\frac{C_5^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{4}$$

D " الحصول على ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى ألوانها مختلفة مثنى مثنى".

$$P\left(D\right)=\frac{C_4^1\times C_2^1\times C_2^1+C_1^1\times C_1^1\times C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{20}$$

2) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بعدد الكرات المتحصل عليها التي تحمل الرقم 0 بعد كل عملية سحب

تعريف قانون احتمال للمتغير العشوائي $X=\{0,1,2,3\}$

$$P\left(X=0\right)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120};\quad P\left(X=3\right)=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}=\frac{10}{120}$$

$$P\left(X=2\right)=\frac{C_5^2\times C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{50}{120};\quad P\left(X=2\right)=\frac{C_5^2\times C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{50}{120}$$

ومنه قانون الاحتمال

X	0	1	2	3
$P\left(X=x_i\right)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

حساب امله الرياضياتي $E\left(X\right)=\frac{5}{12}+\frac{10}{12}+\frac{3}{12}=\frac{3}{2}$.

التمرين الرابع: (07نقاط)

I) نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$h\left(x\right)=x+(x+2)e^{-x} \quad \text{و} \quad g\left(x\right)=1-(x+1)e^{-x}$$

1- أ- دراسة اتجاه تغير الدالة g

حساب المشتقة و دراسة اتجاه تغيراتها

$$g'\left(x\right)=-e^{-x}+(x+1)e^{-x}=xe^{-x}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ و

متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$

ب- استنتاج أن $g(x)\geq 0$ من أجل كل عدد حقيقي x

لدينا $g(0)=0$ بما أن $g(0)$ قيمة حدية صغرى فإن $g(x)\geq 0$

2- أ- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $h'(x)=g(x)$

$$h'(x)=1+e^{-x}-(x+2)e^{-x}=1-(-1+x+2)e^{-x}$$
$$=1-(x+1)e^{-x}=g(x)$$

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة h ثم تشكيل جدول تغيراتها:

بما أن $h'(x)=g(x)$ ولدينا $g(x)\geq 0$ فإن الدالة h متزايدة على $\mathbb{R}$

حساب النهايات:

$$\lim_{x\to+\infty} h(x)=\lim_{x\to+\infty} x+(x+2)e^{-x}=\lim_{x\to+\infty} x+(x+2)\frac{1}{e^x}$$
$$=\lim_{x\to+\infty} x+\underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0}+\underbrace{\frac{2}{e^x}}_{0}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} h(x)=\lim_{x\to-\infty} x+(x+2)e^{-x}$$
$$=\lim_{x\to-\infty} e^{-x}\left(\underbrace{xe^x}_{0}+x+2\right)=-\infty$$

جدول التغيرات للدالة h

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$			$+\infty$

3- تبيان أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث

$-1,69<\alpha<-1,68$.

الدالة h مستمرة ورتيبة تماما على $[-1,69;-1,68]$

$h(-1,69)=-0,01$ $h(-1,68)=+0,03$

بما أن $h(-1,69)\times h(-1,68)\prec 0$ فإنه حسب مبرهنة القيم

المتوسطة فإن أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث

$-1,69<\alpha<-1,68$

4- استنتاج إشارة $h(x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	

II- لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{1+xe^x}$

1- أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، تفسير النتيجة هندسيا:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2e^x}{1+xe^x}=0$$

المنحنى (C_f) تقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب عند $-\infty$

ب- حساب $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2e^x}{1+xe^x}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2e^x}{xe^x\left(\frac{1}{xe^x}+1\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{\frac{1}{xe^x}+1}=+\infty$$

2- أ- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{xe^{2x}h(x)}{(1+xe^x)^2}$

$$f'(x)=\frac{(2xe^x+x^2e^x)(1+xe^x)-(e^x+xe^x)x^2e^x}{(1+xe^x)^2}$$
$$=\frac{xe^{2x}\left[(2e^{-x}+xe^{-x})(1+xe^x)-(1+x)x\right]}{(1+xe^x)^2}$$
$$=\frac{xe^{2x}\left(2e^{-x}+2x+xe^{-x}+x^2-x-x^2\right)}{(1+xe^x)^2}=\frac{xe^{2x}h(x)}{(1+xe^x)^2}$$

ت- استنتاج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$h(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[0;+\infty[$

و متناقصة تماما عل المجال $[\alpha;0]$

جدول التغيرات للدالة f

x	$-\infty$		α		0		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(\alpha$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3- أ- تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2e^x}{1+xe^x}-x\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2e^x-x-x^2e^x}{1+xe^x}$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{1+xe^x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-\cancel{x}}{\cancel{x}\left(\frac{1}{x}+e^x\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{\frac{1}{x}+e^x}=0$$

ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

$$f(x)-x=\frac{-x}{1+xe^x}$$

نضع $t(x)=1+xe^x$ ومنه $t'(x)=(1+x)e^x$

ولدينا $t(-1)=1-\frac{1}{e}$ ومنه $t(x)\succ 0$ ومنه

x	$-\infty$		0	$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$
$1+(x)e^{(x)}$		$+$		$+$
$f(x)-x$		$+$	0	$-$

من أجل $x\prec 0$ المنحنى (C_f) فوق المستقيم (Δ)

من أجل $x\succ 0$ المنحنى (C_f) تحت المستقيم (Δ)

المنحنى (C_f) تقطع المستقيم (Δ) عند $(0,0)$

ج- تبيان أن $f(\alpha)=\alpha+1-\frac{1}{\alpha+1}$ ثم ايجاد حصرا للعدد $f(\alpha)$

لدينا $h(\alpha)=0$ ومنه $e^{\alpha}=-\frac{\alpha+2}{\alpha}$ ومنه

$$f(\alpha)=\frac{\alpha^2e^{\alpha}}{1+\alpha e^{\alpha}}=\frac{\alpha^2\left(-\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)}{1+\alpha\left(-\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)}=\frac{-\alpha^2-2\alpha}{1-\alpha-2}$$

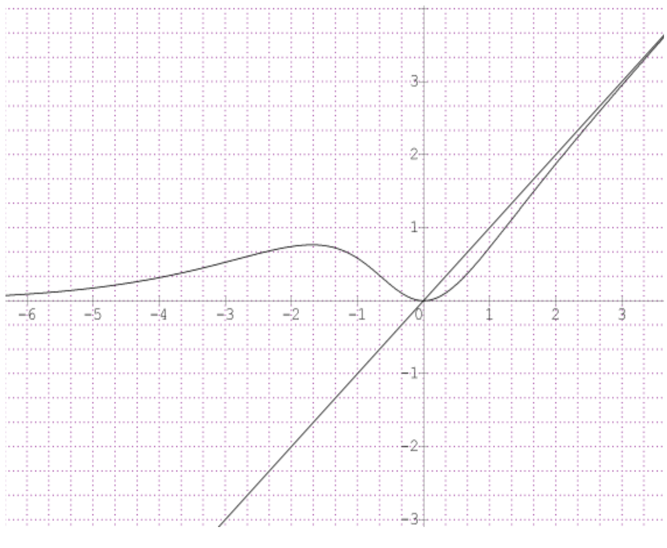
$$=\frac{\alpha^2+2\alpha+1-1}{\alpha+1}=\frac{(\alpha+1)^2-1}{\alpha+1}=\alpha+1-\frac{1}{\alpha+1}$$

حصر لـ $f(\alpha)$ لدينا $f(\alpha)=\alpha+1-\frac{1}{\alpha+1}$ ومنه

$f(\alpha)=1+\frac{1}{(\alpha+1)^2}$ ومنه $f(-1,69)<f(\alpha)<f(-1,68)$

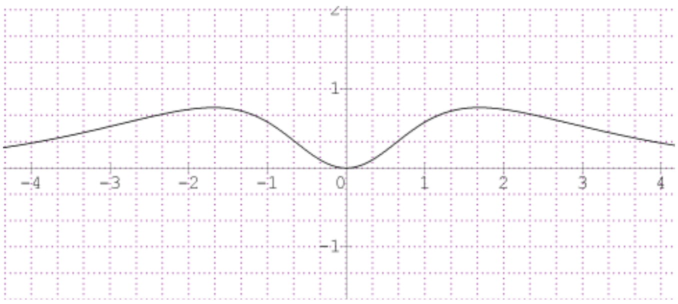
ومنه $0,76\prec f(\alpha)\prec 0,77$

4- رسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)



المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$f(-|x|)=m$



حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع منحنى الدالة $x\mapsto f(-|x|)$ مع المستقيم $y=m$

من أجل $m\prec 0$ المعادلة لا تقبل حلول.

من أجل $m=0$ للمعادلة حل مضاعف.

من أجل $0\prec m\prec f(\alpha)$ للمعادلة اربع حلول.

من أجل $m=f(\alpha)$ للمعادلة حلين مضاعفين.

انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلاح

تتوقف عن المحاولة تتوقف عن الابداع

KECHAR SALAH

الموضوع الثاني

التمرين الاول: (04نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل العدد 0 وخمس كريات سوداء تحمل العدد (-3) و كرتين حمراوتين تحملان العدد α نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

1- حساب احتمال الحوادث الأتية:

A "الحصول على كريتين من نفس اللون"

$$P(A)=\frac{C_3^2+C_5^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{14}{45}$$

B " الحصول على كريتين جداء الأعداد المسجلة عليها معدوم"

$$P(B)=\frac{C_3^2+C_3^1C_7^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$$

C " سحب كريتين حمراوين على الأكثر"

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-\frac{C_8^2}{C_{10}^2}=\frac{17}{45}$$

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع العددين المسجلين على الكرتين.

$$X=\{0,-6,-3,\alpha,\alpha-3,2\alpha\}$$

$$P(X=0)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{3}{45};\ P(X=-3)=\frac{C_3^1C_5^1}{C_{10}^2}=\frac{15}{45}$$

$$P(X=-6)=\frac{C_5^3}{C_{10}^2}=\frac{10}{45};\ P(X=\alpha)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{6}{45}$$

$$P(X=\alpha-3)=\frac{C_5^1C_2^1}{C_{10}^2}=\frac{10}{45};\ P(X=2\alpha)=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{45}$$

تعريف قانون احتمال للمتغير العشوائي X

X	0	-3	-6	α	2α	$\alpha-3$
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{10}{45}$	$\frac{6}{45}$	$\frac{1}{45}$	$\frac{10}{45}$

3- تبيان أن : $E(X)=\frac{2}{5}\alpha-3.$

$$E(X)=\frac{-45}{45}-\frac{60}{45}+\frac{6\alpha}{45}+\frac{2\alpha}{45}+\frac{10\alpha-30}{45}=-3+\frac{2}{5}\alpha$$

4- تعيين أصغر قيمة للعدد الطبيعي α حتي يكون $E(X)>0$

$\frac{2}{5}\alpha-3\succ 0$ ومنه $\alpha\succ\frac{15}{2}$ ومنه أصغر قيمةللعدد α هي 8

التمرين الثاني: (04نقاط)

I– حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

$$\Delta=12-16=-4=i^2 4$$

ومنه $z_1=\frac{2\sqrt{3}+i2}{2}=\sqrt{3}+i$ و $z_2=\sqrt{3}-i$

II– في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب:

$z_B=\overline{z_A}$ $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_C=z_A-z_B$

1- كتاب كلا من z_A ; z_B و z_C على شكل الاسي

$$z_A=\sqrt{3}+i=2e^{i\frac{\pi}{6}}\quad z_B=\overline{z_A}=2e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

$$z_C=z_A-z_B=\sqrt{3}+i-\sqrt{3}+i=2i=2e^{i\frac{\pi}{2}}$$

استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها: لدينا $|z_A|=|z_B|=|z_C|=2$

ومنه النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة مركزها النقطة O و $r=2$

2- التحقق أن : $z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}z_A$

$$e^{i\frac{\pi}{3}}z_A=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(\sqrt{3}+i)=2i=z_C$$

استنتج طبيعة المثلث OAC لدينا $z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}z_A$ ومنه

$\frac{z_C}{z_A}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ تكافئ $\frac{z_C-z_O}{z_A-z_O}=e^{i\frac{\pi}{3}}$

ومنه $\left|\frac{z_C-z_O}{z_A-z_O}\right|=1$ أي $OA=OC$

$Arg\left(\frac{z_C-z_O}{z_A-z_O}\right)=\frac{\pi}{3}$ أي $(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA})=\frac{\pi}{3}$

ومنه المثلث OAC متقايس الاضلاع

3- تعيين بدقة طبيعة الرباعي $OBAC$.

بما أن المثلث OAC متقايس الاضلاع فإن الرباعي $OBAC$ معين لأن $(OA)\perp(BC)$ و $OA\neq BC$

4- ليكن r الدوران الذي مركزه O و يحول النقطة C إلى النقطة A .

أ- تعيين العبارة المركبة للدوران r لدينا $z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}z_A$

ومنه $e^{-i\frac{\pi}{3}}z_C=z_A$ ومنه عبارة الدوران هي: $z'=\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

تحقق أن $r(A)=B$

$$z'=\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_A=\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(\sqrt{3}+i)=\sqrt{3}-i=z_B$$

ب- تعيين صورة الرباعي $OBAC$ بواسطة الدوران r

صورة الرباعي $OBAC$ هو معين لأن الدوران هو التحويل النقطي تقايس.

5- تعيين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z

بحيث: $|z-z_A|=|z-z_B|$ يكافئ $AM=BM$

ومنه مجموعة النقط M هي محور القطعة $[AB]$

التمرين الثالث: (04نقاط)

1- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$\begin{cases} u_0=\alpha \\ u_{n+1}=\frac{3}{2}u_n^2 \end{cases}$$ (حيث α عدد حقيقي موجب تماما)

أ- تعيين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة يكافئ

$u_{n+1}=u_n=u_0=\alpha$ ومنه $\alpha=\frac{3}{2}\alpha^2$ ومنه $\alpha=\frac{2}{3}$

2- في كل ما يأتي نفرض أن $\alpha\neq\frac{2}{3}$

لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n:

$v_n=\ln(u_n)+\ln\frac{3}{2}$.

أ- تبيان أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول بدلالة α.

$$v_{n+1}=\ln(u_{n+1})+\ln\frac{3}{2}=\ln\left(\frac{3}{2}u_n^2\right)+\ln\frac{3}{2}$$

$$=\ln\frac{3}{2}+2\ln(u_n)+\ln\frac{3}{2}=2v_n$$

$$v_n=\ln(u_0)+\ln\frac{3}{2}=\ln\alpha+\ln\frac{3}{2}=\ln\left(\alpha\frac{3}{2}\right)$$

ب- تعبير عن v_n بدلالة n و α

$$v_n=v_0\times q^n=\ln\left(\alpha\frac{3}{2}\right)\times 2^n$$

ج- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2^n}$

لدينا $v_n=\ln(u_n)+\ln\frac{3}{2}$ ومنه $v_n-\ln\frac{3}{2}=\ln(u_n)$

ومنه $u_n=e^{v_n-\ln\frac{3}{2}}=e^{v_n}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}e^{\ln\left(\alpha\frac{3}{2}\right)\times 2^n}=\frac{2}{3}\left(\alpha\frac{3}{2}\right)^{2n}$

3- لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $w_0=0$ من أجل كل عدد طبيعي n: $w_{n+1}=2w_n+v_n$.

و لتكن (t_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $t_n=\frac{w_n}{v_n}$

أ- تبيان أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

$$t_{n+1}=\frac{w_{n+1}}{v_{n+1}}=\frac{2w_n+v_n}{\ln\left(\alpha\frac{3}{2}\right)\times 2^{n+1}}$$

$$=\frac{2w_n}{2\times\ln\left(\alpha\frac{3}{2}\right)\times 2^n}+\frac{v_n}{2\ln\left(\alpha\frac{3}{2}\right)\times 2^n}$$

$$=\frac{w_n}{v_n}+\frac{1}{2}$$

ومنه (t_n) متتالية حسابية اساسها $r=\frac{1}{2}$ و $t_0=\frac{w_0}{v_0}=0$

ب- كتابة عبارة الحد العام t_n بدلالة n $t_n=\frac{1}{2}n$

استنتاج عبارة w_n بدلالة n: $t_n=\frac{w_n}{v_n}$ ومنه

$$w_n=\left(\frac{1}{2}n\right)\ln\left(\alpha\frac{3}{2}\right)\times 2^n=2^n\ln\left(\sqrt{\alpha\frac{3}{2}}\right)^n$$

التمرين الرابع: (07نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-e;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=2x+e+(x+e)\ln(x+e)$$

1- تبيان أن $\lim_{x\xrightarrow{>}-e}g(x)=-e$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}-e}g(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}-e}2x+e+\underbrace{(x+e)\ln(x+e)}_{0}=-e$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}2x+e+(x+e)\ln(x+e)=+\infty$$

2- دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها:

$$g'(x)=2+\ln(x+e)+\frac{1}{(x+e)}(x+e)=3+\ln(x+e)$$

x	$-e$	$e^{(-3)}-e$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-e;e^{-3}-e]$ ومتزايد تماما على $[e^{-3}-e;+\infty[$

$$g(e^{-3}-e)=2(e^{-3}-e)+e+(e^{-3}-e+e)\ln(e^{-3}-e+e)$$

$$=2e^{-3}-e-3e^{-3}=-e-e^{-3}$$

x	$-e$	$e^{-3}-e$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-e$ ↘	$-e-e^{-3}$	↗ $+\infty$

3- تبيان أن للمعادلة: $g(x)=0$ حل وحيد α وأن $-1{,}50<\alpha<-1{,}48$

الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على $[-1{,}5;-1{,}48]$

$g(-1{,}5)=-0{,}04$ و $g(-1{,}48)=0{,}02$

ومنه $g(-1{,}5)\times g(-1{,}48)\prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة: $g(x)=0$ حل وحيد α حيث $-1{,}50<\alpha<-1{,}48$

استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]-e;+\infty[$.

x	$-e$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $]-e;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+x\ln(x+e)$

1- أ- حساب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -e} f(x)$ ، ثم تفسير النتيجة هندسيا.

$$\lim_{x \xrightarrow{>} -e} f(x)=\lim_{x \xrightarrow{>} -e} x+x\ln(x+e)=+\infty$$

ومنه للمنحنى (C_f) مستقيم مقارب معادلته $x=-e$

ب- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x+x\ln(x+e)=+\infty$$

2- أ-تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x $]-e;+\infty[$

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x+e}$$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]-e;+\infty[$

$$f'(x)=1+\ln(x+e)+\frac{1}{x+e}x=\frac{x+e+\ln(x+e)+x}{x+e}$$

$$=\frac{2x+e+(x+e)\ln(x+e)}{x+e}=\frac{g(x)}{x+e}$$

ت- استنتاج اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها

x	$-e$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

ومنه الدالة f متناقصة تماما على $]-e;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$

جدول التغيرات

x	$-e$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

ج- $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)$ تفسير النتيجة هندسيا

الدالة تقبل الاشتقاق عند α والمنحنى (C_f) يقبل مماسا معامل توجيه $f'(\alpha)$

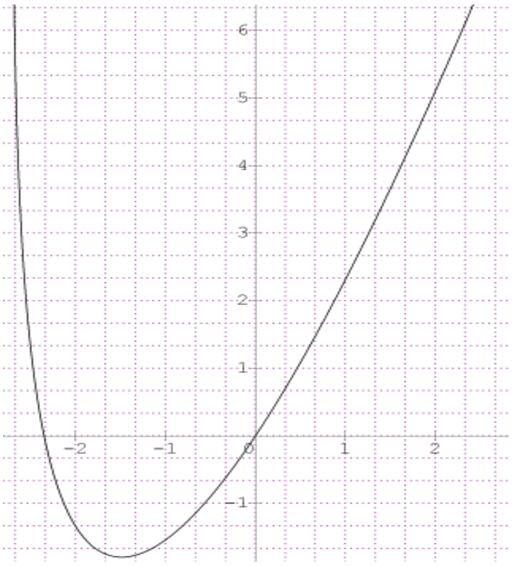
3- عيّن نقاط تقاطع المنحنى (C_f) قطع حامل محور الفواصل

نحل المعادلة $f(x)=0$ ومنه $x+x\ln(x+e)=0$ ومنه

$x(1+\ln(x+e))=0$ ومنه $x=0$ أو $\ln(x+e)=0$ ومنه $x=1-e$

ومنه $S=\{0;1-e\}$

4- إنشاء المنحنى (C_f) على المجال $]-e;+e]$



III الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$: $h(x)=x(1+\ln(x))-e\ln(x)$

أ- تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما $h(x)=f(x-e)+e$.

$$f(x-e)+e=x-\cancel{e}+(x-e)\ln(x-e+e)+\cancel{e}$$
$$=x(1+\ln(x))-e\ln(x)=h(x)$$

ب- شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من التمثيل البياني (C_f)

المنحنى (C_h) هوصورة للمنحنى (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\binom{e}{e}$

مع تحيات الأستاذ

قشار صالح

بالتوفيق والتميّز في امتحان البكالوريا

KECHAR SALAH