الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الجزائر شرق مقترحات بكالوريا 2021

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي دورة: ماي 2021

الشعب : علوم تجريبية

إختبار في مادة : الرياضيات المدة: 03 سا

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتاهما $z_A=4+2i$, $z_B=3-i$

1) ا)أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B-z_A}{z_B}$

ب)إستنتج طبيعة المثلث ABO .

2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

ا)بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $z'=-iz+1+3i$

ب)عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ج)عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

د)إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

ه)عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z-4-2i|=|z|$

3) ا)من أجل $z\neq 2+i$ نضع: $L=\frac{z'-2-i}{z-2-i}$ بيّن أنّ: $L=-i$

ب)عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدداً حقيقياً.

ج)بيّن أنّ: $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

يتكون قسم للعلوم من 5 ذكور و 8 بنات من بينهم ذكر واحد اسمه حسّام و بنت واحدة اسمها أميرة

, نريد تكوين لجنة من 3 اعضاء لهم نفس المهام

1- احسب إحتمال كل من الاحداث التالية :

A"تكوين لجنة تضم 3 ذكور ، B" تكوين لجنة تضم ذكرا وبنتين

C"تكوين لجنة تضم حسام ، D"تكوين لجنة تضم إما حسّام او أميرة .

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إختيار عدد الذكور في اللجنة المكونة

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X وعرف قانون إحتماله

ب) احسب الامل الرياضي والإنحراف المعياري للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

حيث: e هو أساس اللوغاريتم النيبيري.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = \ln(u_n)$

1) ا) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ، $p_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$

ا) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n : $p_n = e^{S_n}$

ب) أكتب عبارة S_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة p_n بدلالة n .

ج) عيّن نهاية المتتالية S_n ، إستنتج نهاية المتتالية p_n .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ (حيث $\ln$ اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

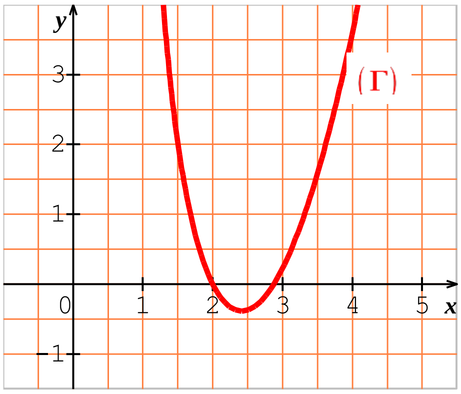
1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ا) عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

2) أحسب $g(2)$ ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً اخر α حيث: $2,87 < \alpha < 2,88$.

3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $f(x)=x-3+4\dfrac{\ln(x-1)}{x-1}+\dfrac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.



1) أحسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) ا) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha)=3,9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي $h(x)=[\ln(x-1)]^2$

– أحسب $h'(x)$, ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة على N بـــــ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

ولتكن المتتالية v_n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: .$v_n = u_n + 6$

1) أ) بيّن أنّ v_n متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n , ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و $s'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

أحسب S_n بدلالة n , ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

2) نعرف المتتالية (w_n) بـــــ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $w_n = \ln(v_n)$ (حيث : $\ln$ اللوغاريتم النيبيري) .

ا) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) أحسب بدلالة n المجموع : $s''_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$, إستنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} s''_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نضع بصندوق عشر كريات متماثلة , منها خمس كريات مرقمة ب 1 ثلاث كريات ب 2 وكريتان مرقمتان ب 3 .
نسحب عشوائيا من هذا الصندوق ثلاث كريات في آن واحد.

1- أحسب إحتمال كل حادثة :

A: سحب كريات جداء ارقامها يساوي 6

B: سحب كريات جداء ارقامها مربع تام

C: سحب كريات جداء ارقامها عدد اولي

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة جداء ارقام الكريات الثلاثة.

أ) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

ب) احسب امله الرياضي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

تعطى النقط A , B , C , D التي لواحقها $z_A=-2$, $z_B=2$, $z_C=-1+i$, $z_D=1-3i$

1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $A,5$; $B,3$; $C,-6$.

2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z+2|=|z+1-i|$

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}$ على الشكل الآسي, ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD .

4) ا) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الآسي.

ب) إستنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

ج) إستنتج $|z_A-z_{B'}|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل f, ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB' .

5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=-\frac{1}{2}$ عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــــ : $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$

1) ا) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$, ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ا) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

4) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) ا) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

6) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3,5 < \alpha < -3$ و $0,5 < \alpha < 1$.

7) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $h(x) = \dfrac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

ا)بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x) = f(\dfrac{1}{x})$

ب)أحسب $h'(x)$, ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

الموسم الدراسي: 14-1442 هـ الموافق لـ 20-2021 م

الحل المفصل للبكالوريا التجريبي في مـادة الرياضيـات

للسنة الثالثة ثانوي شعبة علوم تجريبية

الموضوع الأول

التمرين الأول: 05 نقاط

لدينا: $z_A=4+2i$ و $z_B=3-i$.

1-أ) * $\frac{z_B-z_A}{z_B}=-i$ 0.5

* $\arg\left(\frac{z_B-z_A}{z_B}\right)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$ و $\left|\frac{z_B-z_A}{z_B}\right|=1$ و منه $\frac{z_B-z_A}{z_B}=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.......... 0.5

ب) المثلث $AB0$ قائم في B.. 0.25

2-أ) نبين أن العبارة المركبة للتحويل R هي : $z'=-iz+1+3i$.

لدينا: $z_B=az_A+b$ و $z_O=az_B+b$ و منه نجد $a=-i$ و $b=1+3i$......................... .... 0.5

ومنه العبارة المركبة للتحويل R هي: $z'=-iz+1+3i$.

ب) التحويل R هو دوران مركزه $w\,(2;1)$ و زاويته $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$ 0.5

ج) $z_C=1+3i$.. 0.25

د) الرباعي $ABOC$ هو مربع.. .0.5

هـ) مجموعة النقط M التي تحقق : $|z-4-2i|=|z|$ يكافئ: $AM=OM$............................... 0.25

و منه مجموعة النقط M هي محور $[AO]$.. 0.25

3-أ) لدينا: $-i=\frac{-i(z-2-i)}{z-2-i}=\frac{z'-2-i}{z-2-i}=L$ و هو المطلوب... .0.5

ب) لدينا: $L^n=(-i)^n=e^{-in\frac{\pi}{2}}$

L^n حقيقي يكافئ $n=2k$ مع $k\in\mathbb{N}$ 0.5

ج) لدينا: $\frac{z'-2-i}{z-2-i}=-i$ ومنه $\left(\frac{z'-2-i}{z-2-i}\right)^2=-1$.

وعليه : $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$ 0.5

التمرين الثاني:

عدد الحالات الممكنة : $C_{13}^3=286$

1- إحتمال الحادثة :

A: $C_5^3=10$ ومنه $p(A)=\frac{10}{286}=\frac{5}{143}$ 0.5

B: $C_5^1 \times C_8^2 = 140$ ومنه $p(B) = \frac{140}{286} = \frac{70}{143}$ 0.5

C: $C_1^1 \times C_{13}^2 = 78$ ومنه $p(C) = \frac{78}{286} = \frac{3}{11}$ 0.5

D: $C_1^1 \times C_{11}^2 + C_1^1 \times C_{11}^2 = 2C_{11}^2 = 110$ ومنه $p(D) = \frac{110}{286} = \frac{5}{13}$ 0.5

2- تعيين القيم التي ياخذها المتغير العشوائي X وتعريف قانون إحتماله....................................... 0.5

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

وعليه قيم المتغير العشوائي هي : $X = \{0;1;2;3\}$

$p(X=0) = \frac{C_8^3}{286} = \frac{28}{143}$ معناه ان اللجنة لاتشمل اي ذكر... 0.25

$p(X=1) = \frac{C_5^1 \times C_8^2}{286} = \frac{70}{143}$ معناه ان اللجنة ذكرا واحدا وبنتين 0.25

$p(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_8^1}{286} = \frac{40}{143}$ معناه ان اللجنة تشمل ذكرين وبنت واحدة 0.25

$p(X=3) = \frac{C_5^3}{286} = \frac{5}{143}$ معناه ان اللجنة تشمل 3 ذكور 0.25

قانون الإحتمال ل X

المجموع	3	2	1	0	X_i
1	$\frac{5}{143}$	$\frac{40}{143}$	$\frac{70}{143}$	$\frac{28}{143}$	$p(X_i)$

ب) حساب الامل الرياضي والإنحراف المعياري

$$E(X) = \sum_{i=0}^{i=3} X_i.p(X_i) = \frac{0\times 28 + 1\times 70 + 2\times 40 + 3\times 5}{286} = \frac{165}{286} = \frac{15}{26} = 0.58$$ 0.5

التباين للمتغير العشوائي معرف بالعلاقة $Var(X) = \sum_{i=0}^{i=3} (X_i - E(X))^2 \times p(X_i)$

$$Var(X) = \frac{625}{286} = 0.46$$ 0.5

الإنحراف المعياري معرف كمايلي : $\delta(X) = \sqrt{Var(X)}$

$$\delta(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{0.46} = 0.68$$ 0.5

التمرين الثالث:

$u_0 = e$ و $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ و $v_n = \ln u_n$.

1-أ مهما كان $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} = v_n \times \frac{1}{2}$ .... 0.25.

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0 = 1$ 0.75

ب) $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .... 0.25.

* $u_n = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$ 0.25

2-أ) لدينا: $P_n = u_0 \times u_1 \times .... \times u_n$

و بما أن $u_n = e^{v_n}$ فإن $P_n = e^{v_0+v_1+....+v_n} = e^{S_n}$ .... 0.5.

ب) $S_n = 2\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] = 2-\frac{1}{2^n}$ 0.5

- عبارة P_n بدلالة n هي $P_n = e^{2-\frac{1}{2^n}}$ 0.5

ج) $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = 2$ و $\lim\limits_{n \to +\infty} P_n = e^2$ .... 0.5+0.5.

التمرين الرابع:

(I) لدينا: $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$ مع $x \in]1;+\infty[$

1) بقراءة بيانية للمنحني (Γ) نجد المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين متمايزين 0.25

2) لدينا: $g(2) = 0$ 0.25

* بما أن g مستمرة و متزايدة تماما على المجال $[2.87;2.88]$ و $g(2.87).g(2.88) < 0$ 0.25

وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2.87;2.88[$ ...0.25

3) إشارة $g(x)$ حسب قيم x ملخصة في الجدول التالي:.. 0.75

x	1		2		α		$+\infty$
إشارة $g(x)$	||	+ + +	0	- -	0	+ + +	

(II) لدينا: $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$ مع $x \in]1;+\infty[$.

1) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = -\infty$ ومنه المستقيم الذي معادلته $x = 1$ مقارب لـ: (C_f)...................... 0.25

* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 0.25

2-أ) بما أن $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - (x-3)\right] = 0$ فإن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $(+\infty)$.. 0.25

ب) لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$ و الملخصة في الجدول التالي...0.75

x	1		$1+e^{-\frac{5}{4}}$		$+\infty$
إشارة $f(x)-y$	||	- - -	0	+ + +	
الوضعية	||	(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)	

3-أ) مهما كان $x \in]1;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ 0.25

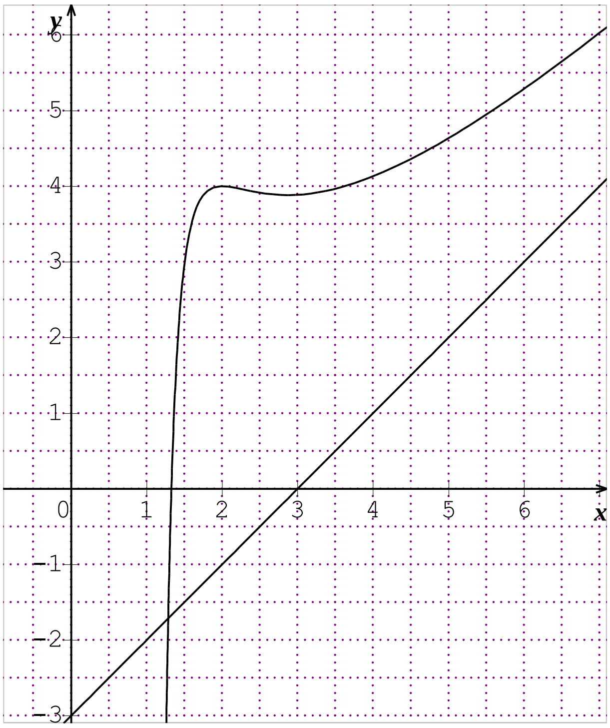
ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

أي أن: f متزايدة تماما على كل من المجالين $]1;2[$ و $]\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[2;\alpha]$ 0.5

- جدول تغيرات f 0.25

x	1	2		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$ $\quad 0$	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-\infty \nearrow 4$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4) رسم (Δ) و (C_f) 0.75



5) لدينا: $h(x)=\left[\ln(x-1)\right]^2$ مع $x\in]1;+\infty[$.

5-أ) $h'(x)=\dfrac{2\ln(x-1)}{x-1}$ 0.25

* الدالة الأصلية للدالة f على $]1;+\infty[$ هي الدالة F المعرفة كما يلي:

$F(x)=\dfrac{1}{2}x^2+3x+2\left[\ln(x-1)\right]^2+5\ln(x-1)+C$ 0.25

ب) $\int_2^5 f(x)dx=\left[\dfrac{1}{2}x^2-3x+2\left[\ln(x-1)\right]^2+5\ln(x-1)\right]_2^5=\dfrac{3}{2}+2\left[\ln(x-1)\right]^2+5\ln 4$ 0.25

أي: $\int_2^5 f(x)dx=1.5+8\left[\ln 2\right]^2+10\ln 2$. و التفسير البياني لهذه النتيجة هي مساحة الحيز المستوي المحدد بمنحنى الدالة f و المستقيمات المعرفة بالمعادلات $x=2$ ، $x=5$ ، $y=0$ 0.25

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

لدينا: $u_0 = 9$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ و $v_n = u_n + 6$.

1–أ مهما كان n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1} = v_n \times \frac{1}{2}$ 0.5

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0 = 15$..0.5.

ب- $v_n = 15\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و منه $u_n = 15\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$..0.5

ج- $S_n = v_0 + ... + v_n = 30\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$..0.5

$S'_n = u_0 + ... + u_n = 30\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 6n - 6 = -30\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 6n + 24$................................0.5

2- لدينا: $w_n = \ln(v_n)$.

أ- مهما كان n من $\mathbb{N}$: $w_{n+1} = w_n - \ln 2$ 0.25

و منه (w_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 2$ و حدها الأول $w_0 = \ln 15$..............................0.5

ب- $S'' = w_0 + ... + w_n = \left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15 + \ln 15 - (\ln 2)n\right] = \left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15^2 - (\ln 2)n\right]$ 0.5

$\lim_{n\to+\infty} S'' = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{2}\right)\left[\ln 15^2 - (\ln 2)n\right] = -\infty$ 0.25

التمرين الثاني:

0. 5*3...

1–حساب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

الحادث A هو: "سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما يساوي 6" .

لدينا: خمس كريات مرقمة بـ 1 ثلاث كريات بـ 2 وكريتين مرقمتان بـ3

عدد الحالات الكلية لسحب ثلاث كريات في الآن الواحد هو: $C_{10}^3 = 120$

لدينا: جداء ارقام الكريات يساوي 6 معناه كرة رقمها 1 وكرة رقمها 2 وكرة رقمها 3:

عدد الحالات الملائمة للحادث Aهو : $C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1 = 30$

ومنه احتمال الحادث A هو : $P(A) = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

الحادث B هو:"سحب ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام "

الأعداد مربعها تام هي :9 أو 4 أو1التي يكن تشكيلها عند سحب 3 كريات من الارقام 1 ، 2 ، 3

لدينا:ثلاث كريات جداء ارقامهما مربع تام معناه ثلاث كرات تحمل الرقم 1 أو كرة رقمها 1 وكرتين رقماهما 3 أو كرة رقمها 1 وكرتين رقماهما 2 .

ومنه عدد الحالات للحادث B هو: $C_5^3 + C_5^1 \times C_3^2 + C_5^1 \times C_2^2 = 10 + 15 + 5 = 30$

ومنه احتمال الحادث B هو : $P(B) = \frac{30}{120} = \frac{1}{4}$

الحادث C هو :"سحب ثلاث كريات جداء ارقامها اولي "

الاعداد التي تكون اولية وهي جداء 3 أرقام من بين الارقام 1 ، 2 ، 3 هي: 1 ، 2

3كريات جداء ارقامها اولي معناه كرة رقمها 3 وكرتين رقماهما 1 أو كرة رقمها 2 وكرتين رقماهما

عدد الحالات للحادث Cهو: $C_5^2 \times C_3^1 + C_5^2 \times C_2^1 = 50$ ومنه احتمال الحادث Cهو: $P(C) = \frac{50}{120}$

…………0.25*9

2- أ-تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

X يرفق بكل سحبة ، جداء ارقام الكريات المسحوبة معناه $X = \{1;2;3;4;6;8;9;12;18\}$

$P(X=1) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$ معناه احتمال سحب ثلاث كرات جداء ارقامها يساوي 1

$P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_3^1}{120} = \frac{30}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 1 وكرة رقمها2

$P(X=3) = \frac{C_5^2 \times C_2^1}{120} = \frac{20}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 1 وكرة رقمها3

$P(X=4) = \frac{C_5^1 \times C_3^2}{120} = \frac{15}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين تحملان 2 وكرة رقمها1

$P(X=6) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{120} = \frac{30}{120}$ معناه احتمال سحب كرة رقمها2وكرة رقمها1 وكرة رقمها3

$P(X=8) = \frac{C_3^3}{120} = \frac{1}{120}$ معناه احتمال سحب ثلاث كرات تحمل الرقم 2

$P(X=9) = \frac{C_5^1 \times C_2^2}{120} = \frac{5}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين رقمهما 3 وكرة رقمها 1

$P(X=12) = \frac{C_3^2 \times C_2^1}{120} = \frac{6}{120}$ معناه احتمال سحب كرتين رقمهما 2 وكرة رقمها 3

$P(X=18) = \frac{C_3^1 \times C_2^2}{120} = \frac{3}{120}$ معناه احتمال سحب كرة رقمها 2 وكرتين رقمهما

قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X هو التطبيق الذي يرفق بكل قيمة $x_i \in X$ بالعدد الحقيقي $P(X = x_i)$ والملخص في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4	6	8	9	12	18	المجموع
$P(x_i)$	$\frac{10}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{20}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{5}{120}$	$\frac{6}{120}$	$\frac{3}{120}$	1

ب-حساب الامل الرياضياتي للمتغير X .

الأمل الرياضي للمتغير العشوائي معرّف بالعلاقة: $E(X)=\sum_{i=0}^{i=8} x_i.P_i$

$$E(X)=\sum_{i=0}^{i=8} x_i.P_i=\frac{1\times 10+2\times 30+3\times 20+4\times 15+6\times 30+8\times 1+9\times 5+12\times 6+18\times 3}{120}=\frac{193}{40}$$

0.25...

التمرين الثالث:

1- لدينا: $\frac{5z_A+3z_B-6z_C}{2}=1-3i=z_D$.

إذن D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;5),(B;3),(C;-6)\}$..0.5

2) $|z+2|=|z+1-i|$ يكافئ $MA=MC$ و منه مجموعة النقط M هي محور $[AC]$..............0.5

أو المستقيم الذي معادلته $2x+y+2=0$.

3-) لدينا: $\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ 0.5

ومنه المثلث BCD قائم في B و متقايس الساقين...0.5

4-أ) $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=3e^{-i\frac{\pi}{2}}$ 0.5

4-ب) : من 4-أ) نجد: $z_D-z_A=3e^{-i\frac{\pi}{2}}(z_C-z_A)$.

أي أن D هي صورة Cبالتشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته 3 و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.....................0.5

ج) $|z_A-z_{B'}|=12$ و منه $AB'=12$...0.5

* مساحة المثلث ABB' هي 24...0.5

5) العبارة المركبة للتحاكي h هي: $z'-z_\Omega=a(z-z_\Omega)$. أي : $z'=-\frac{1}{3}z-\frac{2}{3}$.....................01

التمرين الرابع:

1-أ) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=1$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ 0.25

ب) دراسة اتجاه تغيرات g و تشكيل جدول التغيرات: 0.25

$g'(x)=(-4x-4)e^{2x}$ 0.25

x	$-\infty$			-1			$+\infty$
$g(x)$	+	+	+	0	-	-	-

* من جدول الإشارة نستنتج أن: gمتزايدة تماما على $]-\infty;-1]$ و متناقصة تماما على $[-1;+\infty[$.........0.25

* **جدول التغيرات:**...0.25

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$					
$g(x)$	1		$\frac{e^2+1}{e^2}$		$-\infty$

2($g(0)=0$ 0.25

جدول إشارة $g(x)$ 0.5

x	$-\infty$			0			$+\infty$
إشارة $g(x)$	$+$	$+$	$+$	0	-	-	-

3) $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

أ) النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ 0.5

ب) بما أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-xe^{2x}\right)=0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\triangle)$ معادلته $y=x+3$ عند $(-\infty)$...0.5

4) لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى $(\triangle)$ ندرس إشارة الفرق $D(x)=f(x)-y=-xe^{2x}$ حسب الجدول:

0.5

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة $D(x)$	$+$ $+$ $+$	0	- - -
الوضعية	(C_f) يقع فوق $(\triangle)$	يقطع $A(0;3)$	(C_f) يقع تحت $(\triangle)$

5-أ) $f'(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}=g(x)$ 0.25

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

ب) f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و متناقصة تماما على $[0;+\infty[$.. 0.25

جدول تغيرات f 0.5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$			0		
$f(x)$	$-\infty$		3		$+\infty$

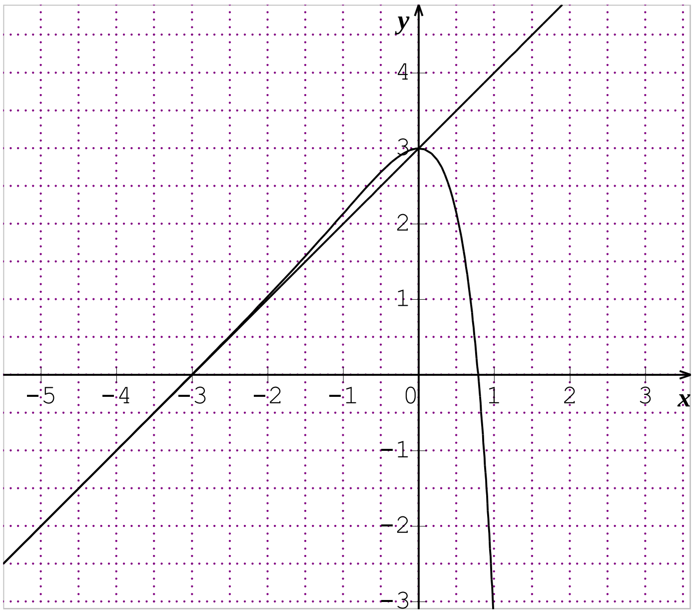
6) بما أن f مستمرة و متزايدة تماما على $[-3.5;-3]$ و $f(-3.5).f(-3)<0$ و بما أن f مستمرة و متناقصة تماما على $[0.5;1]$ و $f(0.5).f(1)<0$.

فإنه يوجد عددان حقيقيان α و β وحيدان من $]-3.5;-3[$ و $]0.5;1[$ على الترتيب بحيث: $f(\alpha)=0$

و $f(\beta)=0$ و ذلك حسب مبرهنة القيم المتوسطة..

وعليه المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $A(\alpha;0)$ و $B(\beta;0)$.........................0.5

7) رسم (Δ) و (C_f)..0.75



8) $h(x)=\frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ) من أجل $x\neq 0$ لدينا : $f\left(\frac{1}{x}\right)=h(x)$..0.25

ب) $h'(x)=-\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$ أي: $h'(x)=-\frac{1}{x^2}.g\left(\frac{1}{x}\right)$...0.25

جدول إشارة $h'(x)$...0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - - -		+ + + +

من جدول إشارة $h'(x)$ نستنتج أن h متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ و متزايدة تماما على $]0;+\infty[$..........0.25

جدول تغيرات h مع النهايات:...0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - -		+ +
$h(x)$	3 ↘ $-\infty$		$-\infty$ ↗ 3