



ماي 2023

المستوى: الثالثة آداب و فلسفة ، لغات أجنبية

المدة : ساعتين و نصف.

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأولالتمرين 1 (6 ن)

(u_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N} حدها الأول $u_0 = 2$ وتحقق العلاقة : $u_3 + u_6 + u_9 = 78$

(1) أ) احسب r أساس المتتالية (u_n)

ب) احسب الحد الثامن.

(2) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 4n + 2$

(3) بين العدد (2022) هو حد من حدود المتتالية (u_n) ثم حدد رتبته.

(4) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(5) احسب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

ثم استنتج المجموع S حيث : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{505}$

التمرين 2 (6 ن)

a, b, c أعداد طبيعية حيث : $a = 2020$; $b = 1441$ و $c = 1962$

(1) عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الاعداد a, b, c على العدد 7

(2) أ) تحقق ان $b \equiv -1[7]$

ب) بين العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 7

(3) بين أن $a^3 \equiv 1[7]$ و أن $c^3 \equiv 1[7]$

(4) استنتج باقي قسمة العدد $1962^{1962} + 1441^{1441} + 2020^{2020}$ على 7.

التمرين 3 (8 ن)

f دالة معرفة على \mathbb{R} :- $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن (f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها.

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة I .

(5) أ) بين أن من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (2x - 5)(x - 1)^2$

ب) استنتج نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(6) ارسم (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين 1 (6 ن)

- (1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد $3n$ على 5 .
- (2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد 1443^{2022} على 5 .
- (3) بين أن العدد A يقبل القسمة على 5 حيث : $A = 4 \times 2021^{2009} + 1961$
- (4) أ) b عدد طبيعي حيث : $2022 = 5b - 3$. عين قيمة b ثم جد باقي القسمة الاقليدية للعدد 2022 على 5
ب) عين قيم العدد الطبيعي n حيث : $1443^{2022} + b + n \equiv 0 \pmod{5}$

التمرين 2 (6 ن)

- (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، أساسها q و حدها الأول v_0 حيث : $v_0 \times v_1 = 128$ و $v_0 \times v_2 = 256$
- (1) بين أن $v_1 = 16$ ثم استنتج قيمة v_0
 - (2) بين أن $q = 2$ ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n
 - (3) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} - v_n = (2)^{n+3}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n)
 - (4) بين العدد (128) هو حد من حدود المتتالية (v_n) ثم حدد رتبته.
 - (5) نضع من اجل كل عدد طبيعي S_n حيث : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$
 - أ) اثبت أن : $S_n = -16 + 2^{n+5}$
 - ب) احسب 2^{12} ثم استنتج قيمة n بحيث : $S_n = 4080$

التمرين 3 (8 ن)

f دالة معرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$: $f(x) = \frac{-x+2}{x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$:

$$f(x) = -1 + \frac{4}{x+2}$$

(2) احسب نهايات الدالة f ، ثم استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(5) حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

(6) ارسم (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا ☺- أساتذة المادة -

التصحيح النموذجي للموضوع الأول

$$(1) \text{ أ) } r = 4$$

$$\text{ب) } u_9 = 38$$

$$(2) \text{ نبين انه من اجل كل عدد طبيعي } n: u_n = 4n + 2$$

(3) نبين العدد (2022) هو حد من حدود المتتالية (u_n) ثم نحدد رتبته.

$u_n = 2022$ و منه $n = 505$ إذن العدد (2022) هو حد من حدود المتتالية (u_n) و رتبته هي 506.

(4) اتجاه تغير المتتالية (u_n) . متزايدة تماما على \mathbb{N}

(5) حساب المجاميع

$$S_n = (n + 1)(2n + 2); S = 512072$$

(1) تعيين باقي القسمة الاقليدية لكل من الاعداد a, b, c على العدد 7

$$a \equiv 4[7]; \quad b \equiv 6[7]; \quad c \equiv 2[7]$$

(2) أ) التحقق ان $b \equiv -1[7]$

لدينا مما سبق $b \equiv 6[7]$ و منه $b \equiv -1[7]$

ب) نبين العدد $2a + b$ يقبل القسمة على 7

لدينا $2a \equiv 1[7]$ و $b \equiv -1[7]$ و منه $2a + b \equiv 0[7]$

(3) نبين أن $a^3 \equiv 1[7]$ و أن $c^3 \equiv 1[7]$

لدينا مما سبق

$$a \equiv 4[7]; \quad \text{و} \quad c \equiv 2[7]$$

اذن $a^3 \equiv 1[7]$ و $c^3 \equiv 1[7]$

(4) استنتاج باقي قسمة العدد $1962^{1962} + 1441^{1441} + 2020^{2020}$ على 7.

$$1962^{1962} + 2020^{2020} + 1441^{1441} \equiv 4[7]$$

(1) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

(2) اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

f دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و f' دالتها المشتقة حيث :

من اجل كل x من \mathbb{R} لدينا : $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-0	+

و منه f دالة متزايدة تماما على المجال $]-\infty ; 1]$ و $[2 ; +\infty[$

و متناقصة تماما على المجال $[1 ; 2]$

• جدول التغيرات

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-0	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

(3) نبين أن (f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثيتها.

$$f''(x) = 12x - 8$$

$$f''(x) = 0 \text{ و منه } x = \frac{3}{2}$$

إذن نقطة انعطاف المنحنى (C_f) هي $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$

(معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1 .

$$(T): y = -3x - 5$$

(5) أ) نبين أن من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x - 1)(x + 2)^2$

ب) حلول في \mathbb{R} المعادلة $x = 0$ هي -2 و 1

استنتاج نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي النقط $B(1 ; 0)$; $C(-2 ; 0)$

(6) رسم كلا من (T) و (C_f) .

الموضوع 2

(1) باقى القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
3^n	1	3	4	2

(2) باقى القسمة الإقليدية للعدد 1443^{2022} على 5 هو 4

(3) نبين أن العدد A يقبل القسمة على 5 حيث: $A = 4 \times 2021^{2009} + 1961$

لدينا $1961 \equiv 1 [5]$ و $1 [5] \equiv 2021^{2009} [5]$ إذن $4 \times 2021^{2009} + 1961 \equiv 0 [5]$

(4) أ) قيمة b هي 405

باقى القسمة الإقليدية للعدد 2022 على 5 هو 2

(ب) $n = 5k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

(1) نبين أن $v_1 = 16$ ثم استنتج قيمة $v_0 = 2$

(2) نبين أن $q = 2$ ثم

عبارة v_n بدلالة n : $nv_n = 8 \times 2^n$

(3) نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} - v_n = (2)^{n+3}$

المتتالية (v_n) متزايدة تماماً على \mathbb{N}

(4) نبين العدد (128) هو حد من حدود المتتالية (v_n)

نحل المعادلة $v_n = 128$ و منه $n = 4$

رتبته هي 5

(5)

أ) اثبات أن: $S_n = -16 + 2^{n+5}$

ب) $2^{12} = 128$. قيمة n هي 4

f دالة معرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$: $f(x) = \frac{-x+2}{x+2}$:
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 (1) تحقق أن من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$:

$$f(x) = -1 + \frac{4}{x+2}$$

(2) حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$$

$x = -2$ مستقيم مقارب عمودي
 $y = -1$ مستقيم مقارب أفقي بجوار $+\infty$ و $-\infty$
 (2) اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

f دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و f' دالتها المشتقة حيث :

$$f'(x) = \frac{-4}{(x+2)^2} \quad \text{من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ لدينا :}$$

$$\text{و عليه } f'(x) < 0$$

إذن f دالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -2[$ و $] -2; +\infty[$

• جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

(4) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

$$(T) : y = -x + 1$$

(5) حل المعادلة $f(x) = 0$ هي $x = -2$

نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات

مع محور الفواصل هي النقطة $A(-2; 0)$

مع محور الترتيب هي النقطة $B(0; 1)$

(6) رسم (C_f) و (T) .