



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية ساجي مختار *السمار*
دورة ماي 2019

مديرية التربية لولاية غليزان
إمتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي

الشعبة : آداب و فلسفة +لغات أجنبية

المدة : 02 سا و نصف

إختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (6 نقط)

(U_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0 = 3$ و $U_3 + U_5 = 30$

1. احسب U_4 ، ثم عين الأساس r لهذه المتتالية .
2. أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n ، ثم أحسب U_6 .
3. عين العدد الطبيعي n حتى يكون : $U_n = 2019$.
4. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
5. إستنتج المجموع : $A = 21 + 24 + \dots + 2019$

التمرين الثاني: (5 نقط)

a ، b و c أعداد طبيعية حيث : $a \equiv -3[7]$ ، $b = 1441$ و $c \equiv 1962[7]$

1. عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 7
2. أ) تحقق أن : $b \equiv -1[7]$
ب) مابقي القسمة الإقليدية للعدد : $b^{2018} + b^{2019} - 14$ على 7 ، هل قابل للقسمة على 7؟
3. بين أن العدد : $b + 4c \equiv 0[7]$
4. أ) عين بواقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد : 2^0 ، 2^1 ، 2^2 و 2^3 على 7
ب) إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد : $16^{1994} + 16^2 + 16^{28}$ على 7



التمرين الثالث: (9 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $] -\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل أدناه و (T_1) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2- حيث: $y = -x - 1$ معادلة له.

الجزء الأول:

1. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$

2. أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، ثم فسر بيانيا النتائج المحصل عليهما.

3. أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم أنجز جدول تغيراتها.

4. بين أن (C_f) يقبل مماسا (T_2) موازيا لـ (T_1) في نقطة يطلب تعيين إحداثيتها، ثم أكتب معادلة له.

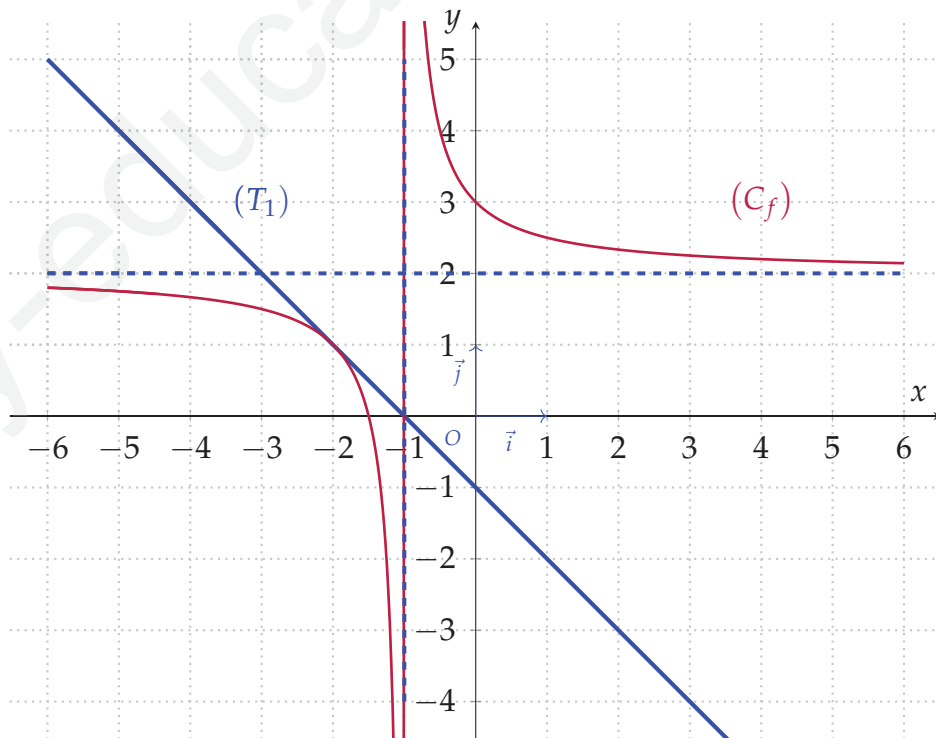
الجزء الثاني:

بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية:

1. عين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، ثم قارن مع نتائج السابقة

2. عين مجموعة حلول: المعادلة $f(x) = -x - 1$ ، ثم المتراجحة: $f(x) > 0$

3. أدرس تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$



إنتهى الموضوع الأول



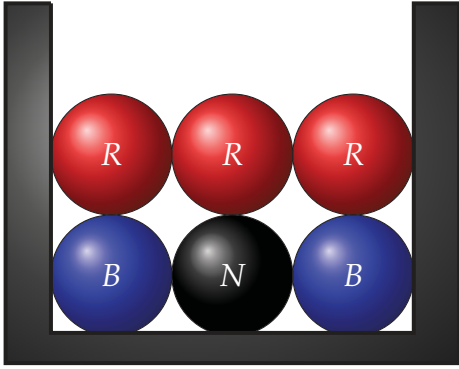
الموضوع الثاني

التمرين الأول: (5 نقط)

(u_n) متالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_1 = 6$ و $u_4 = 48$

1. أحسب الأساس q والحد الأول u_0 .
2. أكتب عبارة الحد العام u_n .
3. علما ان $2^8 = 256$ بين ان العدد 768 هو حد من حدود المتتالية (u_n) .
4. احسب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
5. إستنتج المجموع $S_{2019} = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2019}$.

التمرين الثاني: (6 نقط)



يحتوي كيس 6 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس . منها 3 حمراء
2 زرقاء و كرة سوداء .
نسحب من الكيس كرتين على التوالي و دون إرجاع .
نرمز بـ : B "الكرة المسحوبة زرقاء" ، R "الكرة المسحوبة حمراء"
 N الكرة المسحوبة سوداء .

1. أنجز شجرة الإحتمالات المناسبة .
2. ما إحتمال الحوادث التالية :
أ) الحصول على كرتين من نفس اللون .
ب) الكرة الثانية سوداء
ب) الحصول على كرة حمراء و كرة سوداء
3. ليكن x يمثل عدد الكرات السوداء المسحوبة .
أ) ما قيم x ؟
ب) ضع قانون إحتمال x
ج) أحسب الأمل الرياضي $E(x)$ و التباين $V(x)$ و الإنحراف المعياري $\sigma(x)$



التمرين الثالث: (9 نقط)

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
 (C_f) تمثيل البياني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (3x - 3)(x - 3)$

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E ذات الفاصلة 2 .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (-3x + 8) = (x - 2)^3$

ج) إستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) .

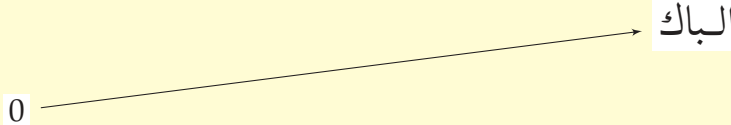
4. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x(x - 3)^2$

ب) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

5. أحسب $f(4)$ ، ثم أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) .

6. أدرس تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$

إنتهى الموضوع الثاني

الزمن	سبتمبر 2018	جوان 2019
(أنا)'	+	
أنا	0 	

كيف يمكن للبذرة أن تصدق أن هناك
 شجرة ضخمة مخبأة داخلها ؟
 ما تبحث عنه موجود بداخلك

بالتوفيق في بكالوريا 2019

و أتمنى لكم حياة جامعية أفضل إن شاء الله

تصحيح الموضوع الأول

تصحيح التمرين الأول 06 ن

1 • حساب U_4 1 ن

لدينا: $U_3 + U_5 = 30$ حسب خاصية الوسط الحسابي $U_3 + U_5 = 2U_4$ أي $2U_4 = 30$ ومنه $U_4 = 15$

حساب الأساس r 0.5 ن

$$U_4 - U_0 = 4r \text{ أي } 15 - 3 = 4r \text{ أي } 12 = 4r \text{ ومنه } r = 3$$

2 عبارة حد العام U_n وحساب U_6

$$U_n = U_p + (n - p)r = U_0 + (n - 0)3 = 3 + 3n$$

$$U_6 = 3 + 3 \times 6 = 21$$

3 تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون : $U_n = 2019$

$$U_n = 2019 \text{ تكافئ } 3 + 3n = 2019 \text{ تكافئ } 3n = 2016 \text{ تكافئ } n = 672$$

4 حساب بدلالة n المجموع : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ 1.5 ن

$$S_n = (n - p + 1) \frac{U_p + U_n}{2} = (n - 0 + 1) \frac{U_0 + U_n}{2} = (n + 1) \frac{(3) + (3 + 3n)}{2} = (n + 1) \frac{6 + 3n}{2}$$

5 إستنتاج المجموع : $A = 21 + 24 + \dots + 2019$ 0.5 ن

$$A = 21 + 24 + \dots + 2019 = U_6 + U_7 + \dots + U_{674} = (674 - 6 + 1) \frac{21 + 2019}{2} = 679035$$

تصحيح التمرين الثاني 05 ن

1 تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 7

$$-3 = 7(-1) + 4 \text{ إذن باقي قسمة } -3 \text{ على } 7 \text{ هو } 4 \text{ ولدينا } a \equiv -3[7] \text{ ومنه باقي قسمة } a \text{ على } 7 \text{ هو } 4 \text{ أي}$$

$$a \equiv 4[7]$$

$$b = 1441 = 7 \times 205 + 6 \text{ ومنه باقي قسمة } b \text{ على } 7 \text{ هو } 6 \text{ أي } b \equiv 6[7]$$

$$c = 1962 = 7 \times 280 + 2 \text{ ومنه باقي قسمة } c \text{ على } 7 \text{ هو } 2 \text{ أي } c \equiv 2[7]$$

2 التحقق أن : $b \equiv -1[7]$

$$\text{لدينا } b \equiv 6[7] \text{ و } -1 \equiv -1[7] \text{ ومنه } b - (-1) \equiv 6 - (-1)[7] \text{ أي } b - (-1) \equiv 7[7]$$

أي $b - (-1) \equiv 0[7]$ ومنه $b - (-1) \equiv 0[7]$ إذن $b \equiv -1[7]$ **0.5 ن**

ب حساب باقي القسمة الإقليدية للعدد : $b^{2018} + b^{2019} - 14$ على 7

$$b^{2018} + b^{2019} - 14 \equiv -1 + 1 - 0[7] \text{ ومنه } \begin{cases} b^{2018} \equiv 1[7] \\ b^{2019} \equiv -1[7] \\ 14 \equiv 0[7] \end{cases} \text{ لدينا : } b \equiv -1[7] \text{ ومنه}$$

أي $b^{2018} + b^{2019} - 14 \equiv 0[7]$ **0.75 ن** ومنه العدد $b^{2018} + b^{2019} - 14$ على 7 **0.25 ن**

3 تبيان أن العدد: $b + 4c \equiv 0[7]$

$$\text{لدينا : } \begin{cases} b \equiv -1[7] \\ c \equiv 2[7] \\ 4c \equiv 8[7] \end{cases} \text{ ومنه } b + 4c \equiv -1 + 8[7] \text{ أي } b + 4c \equiv 0[7] \text{ **0.75 ن**}$$

4 تعيين بواقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد : $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ على 7

4 × 0.25 ن

العدد	2^0	2^1	2^2	2^3
الباقى على 7	1	2	4	1

ب إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $16^{1994} + 16^2 + 16^{28}$ على 7

حيث k عدد طبيعي

العدد	2^{3k}	2^{3k+1}	2^{3k+2}
الباقى على 7	1	2	4

$$\begin{cases} 16^{1994} \equiv 2[7] \\ 16^2 \equiv 4[7] \\ 16^{28} \equiv 2[7] \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} 16^{1994} \equiv 2^{1994} = 2^{3 \times 664 + 1} [7] \\ 16^2 \equiv 2^2 = 2^{3 \times 0 + 2} [7] \\ 16^{28} \equiv 2^{28} = 2^{3 \times 9 + 1} [7] \end{cases}$$

إذن $16^{1994} + 16^2 + 16^{28} \equiv 2 + 4 + 2[7] \equiv 8[7]$ أي $16^{1994} + 16^2 + 16^{28} \equiv 8[7]$ وباقي قسمة 8 على 7 هو 1

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد: $16^{1994} + 16^2 + 16^{28}$ على 7 هو 1 **0.75 ن**

1) تعيين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$

طريقة 1

$$b = 1 \text{ و } a = 2 \text{ ، إذن } f(x) = \frac{2x+3}{x+1} = \frac{2x+2+1}{x+1} = \frac{2x+2}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1} = 2 + \frac{1}{x+1}$$

طريقة 2

$$b = 1 \text{ و } a = 2 \text{ ومنه } \begin{cases} a = 2 \\ a + b = 3 \end{cases} \text{ إذن بالمطابقة مع } f(x) \text{ نجد: } a + \frac{b}{x+1} = \frac{ax + a + b}{x+1}$$

$$\text{أي } f(x) = 2 + \frac{1}{x+1} \text{ 0.5 ن}$$

حساب النهايات

2

$$\text{0.25 ن} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

$$\text{0.25 ن} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

التفسير الهندسي المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مستقيم مقارب لمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$ و $(-\infty)$ 0.5 ن

إشارة المقام $x+1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$

$$\text{0.25 ن} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+3}{x+1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{0.25 ن} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+3}{x+1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

التفسير الهندسي المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ مستقيم مقارب لمنحنى (C_f) 0.5 ن

إتجاه تغير الدالة f

3

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ و دالتها المشتقة f'

$$\text{0.5 ن} f'(x) = \frac{(2x+3)'(x+1) - (x+1)'(2x+3)}{(x+1)^2} = \frac{2(x+1) - (2x+3)}{(x+1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2} \text{ حيث}$$

إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة البسط و منه $f'(x) < 0$ 0.5 ن

إذن الدالة f متناقصة تماما على كل من $]-\infty; -1[$ و $]-1; +\infty[$ **0.5 ن**

جدول تغيرات f

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		—	—
$f(x)$	2 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 2

0.5 ن

4 تبيان أن (C_f) يقبل مماسا (T_2) موازيا ل (T_1)

(T_2) موازيا ل (T_1) معناه لهما نفس معامل التوجيه $a = -1$ ، نحل المعادلة $f'(x) = -1$ أي $\frac{-1}{(x+1)^2} = -1$ ومنه $(x+1)^2 = 1$ معناه $x+1 = 1$ أو $x+1 = -1$ ومنه $x = 0$ أو $x = -2$

إذن النقطة التي يمر فيها (T_2) المنحني هي $A(0, f(0))$ أي $A(0, 3)$ **0.5 ن**

معادلة (T_2)

0.5 ن $(T_2) : -x + 3$ أي $(T_2) : f'(0)(x - 0) + f(0)$

الجزء الثاني :

بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

1 تعيين النهايات

1 ن $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

متطابقة مع نفس نتائج السابقة

2 **أ** مجموعة حلول معادلة : $f(x) = -x - 1$ هي : $x = -2$ **0.5 ن**

ب مجموعة حلول المتراجحة : $f(x) > 0$ هي : $S =]-\infty; -\frac{3}{2}[\cup]-1; +\infty[$ **0.5 ن**

3 مناقشة تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$

• من أجل $m \in]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ يوجد حل وحيد **0.5 ن**

• من أجل $m = 2$ لا يوجد حل **0.5 ن**

إنهى تصحيح موضوع الأول

تصحيح موضوع الثاني

تصحيح التمرين الأول 05 ن

1 حساب الأساس q والحد الأول u_0 .

$$u_n = u_p q^{n-p} \text{ إذن } u_4 = u_1 q^{4-1} \text{ أي } u_4 = u_1 q^3 \text{ ومنه : } q^3 = \frac{u_4}{u_1} = \frac{48}{6} = 8 \text{ إذن : } q^3 = 8 = 2^3$$

$$\text{ومنه } q = 2 \text{ 0.5 ن } u_1 = u_0 q \text{ ومنه } u_0 = \frac{u_1}{q} = \frac{6}{2} = 3 \text{ 0.5 ن}$$

2 كتابة عبارة الحد العام u_n :

$$1 \text{ ن } u_n = u_0 q^{n+1} = 3 \times 2^{n+1}$$

3 تبين ان العدد 768 هو حد من حدود المتتالية (u_n)

$$u_n = 768 \text{ تكافئ } 3 \times 2^{n+1} = 768 \text{ تكافئ } 2^{n+1} = 256 \text{ ونعلم أن } 2^8 = 256 \text{ ومنه } n+1 = 8$$

$$\text{ومنه } n = 7 \text{ أي } u_7 = 768 \text{ 1.25 ن}$$

4 حساب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

$$1.25 \text{ ن } S_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 3 \frac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} = 2^{n+1} - 1$$

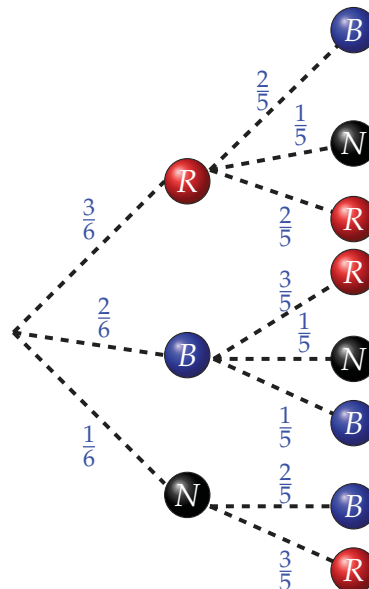
5 إستنتاج المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2019}$.

$$0.5 \text{ ن } S_{2019} = 2^{2019+1} - 1 = 2^{2020+1} - 1$$

تصحيح التمرين الثاني 06 ن

1 إنجاز شجرة الاحتمالات.

1 ن



2

الحصول على كرتين من نفس اللون .

$$p(A) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{8}{30}$$

ب

الكرة الثانية سوداء

$$p(B) = \frac{3}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{30}$$

ج

الحصول على كرة حمراء و كرة سوداء

$$p(C) = \frac{3}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{30}$$

3

قيم x هي : 0 ، 1

ب

قانون احتمال x

$$p(x=0) = \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{20}{30}$$

$$p(x=1) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{10}{30}$$

0.25 ن

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	$\frac{20}{30}$	$\frac{10}{30}$

ج

حساب الأمل الرياضيائي $E(x)$ و التباين $V(x)$ و الانحراف المعياري $\sigma(x)$

$$E(x) = 0 \times \frac{20}{30} + 1 \times \frac{10}{30} = \frac{10}{30}$$

$$V(x) = 0^2 \times \left(\frac{20}{30}\right)^2 + 1^2 \times \frac{10}{30} - \left(\frac{10}{30}\right)^2 = \frac{10}{30} - \left(\frac{10}{30}\right)^2 = \frac{2}{9}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{2}{9}}$$

تصحيح التمرين الثالث 09 ن

1

حساب النهايات

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

2

أ

تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (3x-3)(x-3)$ الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' حيث : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$$f'(x) = (3x-3)(x-3) \text{ ومنه } (3x-3)(x-3) = 3x^2 - 9x - 3x + 9 = 3x^2 - 12x + 9 = f'(x)$$

0.5 ن

ب

دراسة إشارة $f'(x)$ دراسة إتجاه تغير الدالة f

١ تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x(x-3)^2$

0.5 ن $x(x-3)^2 = x(x^2 + 9 - 6x) = (x^3 + 9x - 6x^2) = x^3 - 6x^2 + 9x = f(x)$

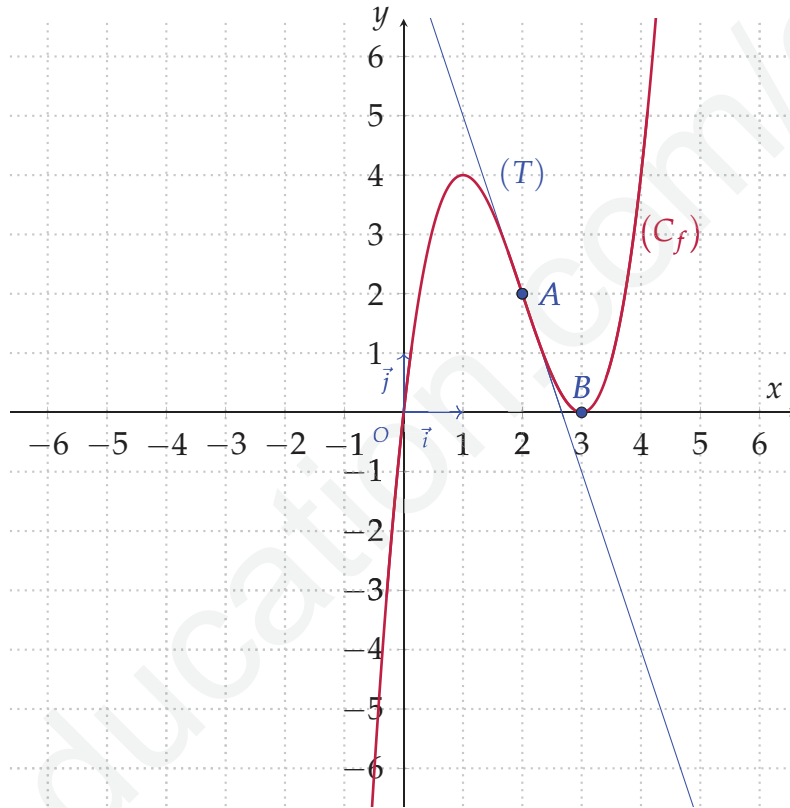
ب إيجاد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

لإيجاد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل نحل المعادلة $f(x) = 0$

$f(x) = 0$ تكافئ $f(x) = x(x-3)^2 = 0$ تكافئ $(x-3)^2 = 0$ أو $x-3 = 0$ تكافئ $x = 3$ أو $x = 0$

إذن نقط تقاطع هي $B(3;0)$ و $O(0;0)$ 0.5 ن

5 إنشاء المماس (T) 0.5 ن والمنحنى (C_f) . 0.5 ن



6 مناقشة تبعاً لقيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$

- من أجل $m \in]-\infty; 0[$ يوجد حل وحيد 0.25 ن
- من أجل $m = 0$ يوجد حل مضاعف $x_0 = 3$ و حل $x_1 = 0$
- من أجل $m \in]0; 4[$ يوجد ثلاثة حلول 0.25 ن
- من أجل $m = 4$ يوجد حل مضاعف $x_2 = 1$ وحل $x_3 = 4$ 0.25 ن
- من أجل $m \in]4; +\infty[$ يوجد حل وحيد 0.25 ن

إنهى تصحيح موضوع الثاني