

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 و أساسها $r = -3$ بحيث : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = -10$
- (1) أحسب u_0
 - (2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n = 2 - 3n$
 - (3) تحقّق أنّ العدد (-2017) حدّ من حدود المتتالية (u_n) ما رتبته ؟
 - (4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n
 - ب) استنتج قيمة المجموع $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_{673}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- a و b عدنان طبيعيان حيث : $a = 2017$, $b = 1438$
- (1) أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على العدد 5
ب) استنتج مما سبق باقي القسمة الإقليدية للعدد $a + b$ على العدد 5
 - (2) أ) تحقّق أنّ $a^2 \equiv -1[5]$ و $b^2 \equiv -1[5]$
ب) استنتج أنّه مهما كان العدد الطبيعي n فإن العدد $a^{4n} + b^{4n+2}$ يقبل القسمة على 5
 - (3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $a^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة على R كما يلي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها على R

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على R ثم شكّل جدول تغيراتها

4) أ) بيّن أنّ النقطة $A(-1; -2)$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

ب) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة A

5) بيّن أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإنّ $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

6) حل في R المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في

نقطتين يطلب تعيين إحداثيي كل منهما

7) أرسم المنحني (C_f) و المماس (T)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + 2$
- (1) أحسب الحدود : u_1 ، u_2 و u_3
- (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 1$
- (أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ و حدّها الأوّل $v_0 = 4$
- (ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n
- (3) أحسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n)
- (4) (أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
- (ب) استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمس الآتية مع التعليل :

الاقتراح (ج)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (أ)	
9	12	6	1 عدد قواسم العدد $2^3 \times 7^2$ هو
9	2	3	2 العددان 1438 و 2017 متوافقان بترديد
$a^2 - b^2 \equiv 2[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 1[3]$	3 إذا كان a و b عددين صحيحين بحيث $a \equiv -5[3]$ و $b \equiv 2[3]$ فإنّ
$a^{2017} \equiv 4[5]$	$a^{2017} \equiv 1[5]$	$a^{2017} \equiv 2[5]$	4 a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -1[5]$ فإنّ
3	5	7	5 a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -11[9]$ فإنّ باقي قسمة a على 9 هو

التمرين الثالث: (08 نقاط)

$$f \text{ الدالة المعرفة على } R - \{2\} \text{ بـ } : f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ($\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) أ) أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمت المقاربة للمنحنى (C_f)

(2) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

(3) شكّل جدول تغيرات الدالة f

(4) أ) تحقق أنه مهما كان x من $R - \{2\}$ فإنّ: $f(x) = 2 + \frac{5}{x-2}$

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة

(5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات

(6) أرسم المنحنى (C_f)

المدة : ساعتان ونصف

تصحيح الموضوع الأول

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

01.5	لدينا $u_n = u_0 + rn = u_0 - 3n$ و منه $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = -10$ معناه $u_0 + u_0 - 3 + u_0 - 6 + u_0 - 9 = -10$	(1)
01	من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n = u_0 + rn = 2 - 3n$	(2)
01	لدينا $u_n = -2017$ معناه $2 - 3n = -2017$ معناه $n = 673$ و منه العدد $2017 -$ حد من حدود المتتالية , لدينا $u_{673} = -2017$ و هو حد رتبته 674	(3)
01.5	$S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{(n+1)(4-3n)}{2}$ (أ)	(4)
01	يمكن أن نستخدم الطريقة $S' = S_{673} = \frac{(673+1)(4-3 \times 673)}{2} = -679055$ (ب) الآتية أيضا : $S' = \frac{674}{2}(2-2017) = -679055$	

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

01	$a = 5 \times 403 + 2$ و $b = 5 \times 287 + 3$ (أ)	(1)
01	لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $a + b \equiv 5[5]$ ومنه $a + b \equiv 0[5]$ (ب)	
01	لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 4[5] \\ b^2 \equiv 9[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$	(2)
02	لدينا $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^4 \equiv 1[5] \\ b^4 \equiv 1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \equiv 1[5] \end{cases}$ و $b^2 \equiv 1[5]$	
	منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \times b^2 \equiv -1 \times 1[5] \end{cases}$ ومنه $a^{4n} + b^{4n+2} \equiv 0[5]$	
01	لدينا $a^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $1 + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $n \equiv 0[5]$ ومنه $n = 5k$ ($k \in \mathbb{N}$) (مضاعفات العدد 5)	(3)

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$	(1)																					
0.5	$f'(x) = 3x^2 + 6x$ <p>لدينا $f'(x) = 3x(x+2)$ معناه $x = -2$ أو $x = 0$ إشارة المشتقة :</p>	(2)																					
01	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$											
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$																			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$																		
0.5	<p>الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ و على المجال $] -\infty; -2]$</p> <p>الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-2; 0]$</p> <p>جدول التغيرات :</p>	(3)																					
01	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>-4</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$		0		$+\infty$		$-\infty$		-4		
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$																			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$																		
$f(x)$		0		$+\infty$																			
	$-\infty$		-4																				
01	<p>أ) $f''(x) = 6x + 6$ لدينا $f''(x)$ تنعدم عند -1 و تغير إشارتها ومنه $A(-1; -2)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)</p>	(4)																					
0.5	<p>ب) معادلة المماس : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -3x - 5$</p>																						
0.5	$(x-1)(x+2)^2 = (x-1)(x^2 + 4x + 4) = x^3 + 3x^2 - 4 = f(x)$	(5)																					
01	<p>$f(x) = 0$ معناه $(x-1)(x+2)^2 = 0$ معناه $x = 1$ أو $x = -2$ ومنه المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين هما $B(1;0)$ و $C(-2;0)$</p>	(6)																					
01		(7)																					

تصحيح الموضوع الثاني

تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

0.75	$u_2 = 3u_1 + 2 = 3 \times 11 + 2 = 35, \quad u_1 = 3u_0 + 2 = 3 \times 3 + 2 = 11$ $u_3 = 3u_2 + 2 = 3 \times 35 + 2 = 107$	(1)
0.75	<p>(أ) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 3u_n + 2 + 1 = 3u_n + 3 = 3(u_n + 1) = 3v_n$ منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ و حدها الأول $v_0 = u_0 + 1 = 3 + 1 = 4$</p> <p>(ب) $u_n = v_n - 1 = 4 \times 3^n - 1$, $v_n = v_0 \times q^n = 4 \times 3^n$</p>	(2)
01.5		
01.25	$v_{n+1} - v_n = 4 \times 3^{n+1} - 4 \times 3^n = 4 \times 3^n (3 - 1) = 8 \times 3^n > 0$ <p style="text-align: right;">متزايدة تماما</p>	(3)
0.75	<p>(أ) $S_n = v_0 \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = 4 \times \frac{3^{n+1} - 1}{3 - 1} = 2(3^{n+1} - 1)$</p> <p>(ب)</p> <p>$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + \dots + (v_n - 1)$</p> <p>$= (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + (-1 - 1 \dots - 1) = S_n - 1 \times (n + 1) = 2(3^{n+1} - 1) - n - 1$</p>	(4)
01		

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

01	<p>الاقتراح الصحيح : (ب) 12</p> <p>التعليل : $(3+1) \times (2+1) = 12$</p>	(1)
01	<p>الاقتراح الصحيح : (أ) 3</p> <p>التعليل : الفرق $2017 - 1438 = 579$ يقبل القسمة على العدد 3 لأن $579 = 3 \times 193$</p>	(2)
01.5	<p>الاقتراح الصحيح : (ب) $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$</p> <p>التعليل : لدينا $\begin{cases} a \equiv -5[3] \\ b \equiv 2[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ b^2 \equiv 4[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ -b^2 \equiv -4[3] \end{cases}$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 21[3]$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$</p>	(3)
01.5	<p>الاقتراح الصحيح : (ج) $a^{2017} \equiv 4[5]$</p> <p>التعليل : لدينا $a \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017} [5]$ ومنه $a^{2017} \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv 4[5]$</p>	(4)
01	<p>الاقتراح الصحيح : (أ) 7</p> <p>التعليل : لدينا $a \equiv -11[9]$ ومنه $a \equiv -11 + 18[9]$ ومنه $a \equiv 7[9]$</p>	(5)

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	$\lim_{x \rightarrow +2} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow +2} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ <p>(أ) (ب) $x = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) $y = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$</p>	(1)																
01	$f'(x) = \frac{2(x-2) - 1(2x+1)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0$ <p>الدالة f متناقصة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها</p>	(2)																
0.5	<p>جدول التغيرات</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>$+2$</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>—</td> <td> </td> <td>—</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+2$</td> <td> </td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td>$+2$</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	$+2$	$+\infty$	$f'(x)$	—		—	$f(x)$	$+2$		$+\infty$			$-\infty$	$+2$	(3)
x	$-\infty$	$+2$	$+\infty$															
$f'(x)$	—		—															
$f(x)$	$+2$		$+\infty$															
		$-\infty$	$+2$															
0.5 02	$2 + \frac{5}{x-2} = \frac{2(x-2) + 5}{x-2} = \frac{2x+1}{x-2} = f(x)$ (أ) (ب) $f(x)$ عدد صحيح معناه $x-2$ يقسم 5 وبما أن القواسم الصحيحة لـ 5 هي $1, -1, 5, -5$ فإن $x-2 \in \{1, -1, -5, +5\}$ ومنه $x \in \{+3, +1, -3, +7\}$ ومنه $f(x) \in \{+7, -3, +1, +3\}$ ومنه النقط المطلوبة هي : $A(3;7)$, $B(1;-3)$, $C(-3;1)$, $D(7;3)$	(4)																
01	<p>$f(x) = 0$ معناه $2x+1=0$ معناه $x = -\frac{1}{2}$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة احداثياتها $(0; -\frac{1}{2})$ وبما أن $f(0) = -\frac{1}{2}$ فإن (C_f) يقطع حامل محور الترتيب في نقطة وحيدة احداثياتها $(-\frac{1}{2}; 0)$</p>	(5)																
01		(6)																