

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

التمرين الأول : (06 ن)

- a ، b و C أعداد طبيعية حيث : $a \equiv -3[7]$ ، $b \equiv 1441$ و $C \equiv 1962[7]$
- (1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و C على 7
 - (2) أ) تحقق أن $b \equiv -1[7]$
ب) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد $2 - b^{2016} + b^{2017}$ على 7 .
 - (3) بين أن العدد $2b + C$ يقبل القسمة على 7
 - (4) أ) عين باقي قسمة كل من الأعداد 2 ، 2^2 ، 2^3 على 7
ب) استنتج أن $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ حيث k عدد طبيعي غير معدوم
 - (ج) عين قيم العدد الطبيعي n حيث $2^n - C^3 \equiv b^{2n}[7]$
- التمرين الثاني: (06 ن)

- (U_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 5$ و $U_2 + U_4 = 28$
1. عين الأساس r
 2. أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n . ثم استنتج قيمة U_{15}
 3. عين قيمة n حتى يكون $U_n = 2015$.
 4. أحسب بدلالة n المجموع S حيث : $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$.
 5. أـ د سب المجموع $A = 50 + 53 + 56 + \dots + 2015$

التمرين الثالث: (08 ن)

- المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ و f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ،
 (C_f) تمثيلها البياني حيث : $f(x) = 2x^3 + ax^2 + 1$
- (1) عين قيمة العدد الحقيقي a علما أن المنحنى (C_f) يشمل النقطة $N(1;0)$
 - (2) نعتبر $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$
أ) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
ب) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها
 - (3) بين أن النقطة $I(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)
 - (4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1
 - (5) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = (2x + 1)(x - 1)^2$
ب) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.
ج) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)
 - هـ) أنشئ المستقيم ذا المعادلة $y = 5$ ثم حل في $\mathbb{R}$ بيانيا المترابحة : $f(x) \leq 5$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (6ن)

عين في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل:

(1) العددان 2016 و 1436 متوافقان بترديد :

(أ) 7 (ب) 5 (ج) 9

(2) ليكن k عدد طبيعي غير معدوم ، الأعداد الطبيعية n التي تحقق $[7] n \equiv 2013$ هي :

(أ) $n = 7k + 2$ (ب) $n = 7k + 1$ (ج) $n = 7k + 4$

(3) باقي القسمة الإقليدية للعدد 77^{21} على 13 هو:

(أ) 12 (ب) -1 (ج) 3

(4) (U_n) متتالية حسابية معرفة على N حيث $U_3 = 15$ و $U_6 - 2U_2 = 5$ فإن أساسها r يساوي :

(أ) $r = 2$ (ب) $r = 3$ (ج) $r = 4$

(5) (U_n) متتالية هندسية معرفة على N حيث $U_3 = 128$ و $U_5 = 2048$ فإن قيمة الحد الخامس هي:

(أ) 384 (ب) 2048 (ج) 512

التمرين الثالث : (6ن)

(u_n) متتالية معرفة بعدها الأول $u_1 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n من N^* : $u_{n+1} = 3u_n + 8$

(1) أحسب u_2 , u_3

(2) نعرف المتتالية (v_n) على N^* كما يلي: $v_n = u_n + 4$

- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1

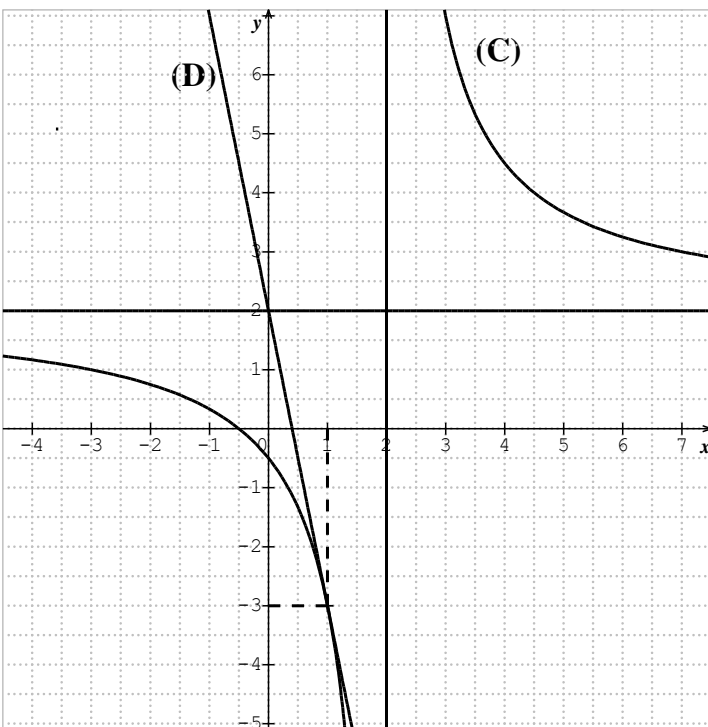
(3) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم أستنتج عبارة u_n بدلالة n

(4) عين n بحيث: $u_n = 239$

(5) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: (8ن)

المنحني (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة f معرفة على المجالين $]2, +\infty[$ ، $]-\infty, 2[$



والمماس (D) لـ (C) في النقطة ذات الفاصلة 1

1- خمن نهاية الدالة f عند $+\infty$ ، $-\infty$.

2- بقراءة بيانية عين اتجاه تغير الدالة f على كل

من المجالين $]2, +\infty[$ ، $]-\infty, 2[$

ثم شكل جدول تغيراتها

3- من بين العبارات التالية

(أ) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ (ب) $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

(ج) $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

عين العبارة المناسبة للدالة f مع التبرير

4- أدرس تغيرات الدالة f

5- عين معادلة المستقيم (D)

6- عين نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل

7- حل بيانيا المتراجحة $f(x) > 0$

ثانوية أبي بكر بلقايد تصحيح باك تجريبي (موضوع الأول) 3 آداب 2016 الأستاذ: ب - ف

تصحيحات 1:

$$C \equiv 1962[7] \text{ و } b = 1441 \text{ و } a \equiv -3[7]$$

1/ تعيين باقي قسمة a ، b و C على 7 :

$$a \equiv -3[7] \text{ إذن } a \equiv -3 + 7[7] \text{ ومنه } a \equiv 4[7]$$

باقي قسمة a على 7 هو : 4

$$b \equiv 6[7] \text{ إذن } 1441 = 7 \times 205 + 6 \text{ ومنه } b \equiv 6[7]$$

باقي قسمة b على 7 هو : 6

$$C \equiv 2[7] \text{ إذن } 1962 = 7 \times 280 + 2 \text{ ومنه } C \equiv 2[7]$$

باقي قسمة C على 7 هو : 2

2(أ) التحقق أن $b \equiv -1[7]$:

$$b \equiv 6[7] \text{ إذن } b \equiv 6 - 7[7] \text{ ومنه } b \equiv -1[7]$$

ب) باقي قسمة $2 - b^{2016} + b^{2017}$ على 7 :

$$b^{2016} + b^{2017} - 2 \equiv (-1)^{2016} + (-1)^{2017} - 2[7]$$

$$b^{2016} + b^{2017} - 2 \equiv 1 - 1 - 2[7]$$

$$b^{2016} + b^{2017} - 2 \equiv -2[7]$$

إذن

$$b^{2016} + b^{2017} - 2 \equiv -2 + 7[7]$$

$$b^{2016} + b^{2017} - 2 \equiv 5[7]$$

باقي قسمة $2 - b^{2016} + b^{2017}$ على 7 هو : 5

3(إثبات أن $2b + C$ يقبل القسمة على 7 :

$$2b + C \equiv 14[7] \text{ إذن } 2b + C \equiv 2(6) + 2[7]$$

$$2b + C \equiv 0[7] \text{ ومنه } 14 \equiv 0[7] \text{ إذن } 14 = 7 \times 2 + 0$$

باقي قسمة $2b + C$ على 7 هو 0 إذن يقبل القسمة على 7

4(أ) تعيين باقي قسمة 2 ، 2^2 و 2^3 على 7 :

$$2 \equiv 2[7] \text{ باقي قسمة } 2 \text{ على } 7 \text{ هو : } 2$$

$$2^2 \equiv 4[7] \text{ باقي قسمة } 2^2 \text{ على } 7 \text{ هو : } 4$$

$$2^3 \equiv 8[7] \text{ و } 8 = 7 \times 1 + 1$$

ومنه $2^3 \equiv 1[7]$ باقي قسمة 2^3 على 7 هو : 1

ب) استنتاج أن $2^{3k+1} \equiv 2[7]$

$$2^3 \equiv 1[7] \text{ نجد } (2^3)^k \equiv (1)^k[7] \text{ ومنه } 2^{3k} \equiv 1[7]$$

$$2^{3k} \times 2 \equiv 2 \times 1[7] \text{ ومنه } \begin{cases} 2 \equiv 2[7] \\ 2^{3k} \equiv 1[7] \end{cases}$$

$$2^{3k+1} \equiv 2[7] \text{ نجد}$$

ج) تعيين قيم n حيث :

$$2^n - C^3 \equiv b^{2n}[7]$$

$$2^n - 2^3 \equiv (-1)^{2n}[7] \text{ لدينا}$$

$$2^n - 8 \equiv 1[7]$$

$$2^n \equiv 9[7]$$

$$2^n \equiv 2[7] \text{ إذن } 9 = 7 \times 1 + 2$$

$$n = 3k + 1 \text{ حسب السؤال السابق}$$

تصحيحات 2 : (u_n) متتالية حسابية معرفة على N

$$(1) \dots u_2 + u_4 = 28 \text{ و } u_0 = 5 \text{ حيث:}$$

$$u_n = u_0 + nr \text{ لدينا:}$$

$$u_2 = u_0 + 2r = 5 + 2r \text{ إذن:}$$

$$u_4 = u_0 + 4r = 5 + 4r$$

$$5 + 2r + 5 + 4r = 28 \text{ نعوض في العلاقة (1) نجد:}$$

$$6r = 18 \text{ نجد } 6r + 10 = 28$$

$$r = \frac{18}{6} \text{ ومنه } r = 3$$

2(كتابة u_n بدلالة n :

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = 5 + 3n$$

$$u_{15} = 5 + 3(15) = 5 + 45 \text{ حساب: } u_{15}$$

$$u_{15} = 50$$

3(تعيين n حيث :

$$u_n = 2015$$

$$5 + 3n = 2015$$

$$3n = 2010$$

$$n = \frac{2010}{3} \text{ ومنه } n = 670 \text{ إذن } u_{670} = 2015$$

4(حساب $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$:

$$S = \frac{n-0+1}{2} (u_0 + u_n)$$

$$S = \frac{n+1}{2} (5 + 5 + 3n)$$

$$S = \frac{n+1}{2} (10 + 3n)$$

5(حساب $A = 50 + 53 + \dots + 2015$:

$$u_{670} = 2015 \text{ و } u_{15} = 50 \text{ لدينا:}$$

$$A = u_{15} + u_{16} + \dots + u_{670} \text{ ومنه}$$

$$A = \frac{670-15+1}{2} (u_{15} + u_{670})$$

$$S = 328(2065) \text{ ومنه } S = \frac{656}{2} (50 + 2015)$$

$$S = 677320$$

4) معادلة المماس (Δ) للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة -1

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$$

$$y = 12(x+1) - 4$$

$$y = 12x + 12 - 4$$

$$y = 12x + 8$$

$$f'(-1) = 6(-1)^2 - 6(-1)$$

$$f'(-1) = 12$$

$$f(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 + 1$$

$$f(-1) = -4$$

5) إثبات أن : $f(x) = (2x+1)(x-1)^2$

$$(2x+1)(x-1)^2 = (2x+1)(x^2 - 2x + 1)$$

$$= 2x^3 - 4x^2 + 2x + x^2 - 2x + 1$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 1$$

$$= f(x)$$

* تقاطع (C_f) مع محور الفواصل: نحل $f(x) = 0$

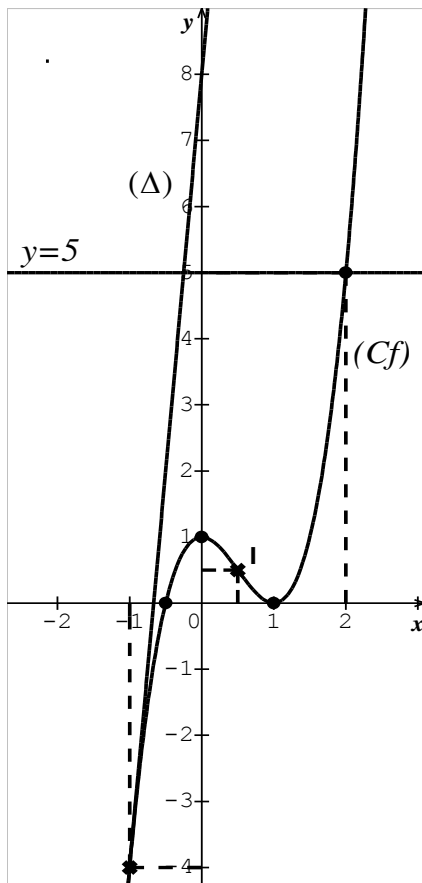
$$(2x+1)(x-1)^2 = 0$$

$$x-1=0 \quad \text{أو} \quad 2x+1=0 \quad \text{إذن}$$

$$x=1 \quad \text{أو} \quad x = -\frac{1}{2} = -0.5 \quad \text{ومنه}$$

(C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين احداثيهما:

$$(1,0) \quad \text{و} \quad (-0,5;0)$$



رسم (C_f) و (Δ)

لرسم (Δ)

$$y = 12x + 8$$

نعين نقطتين

x	-1	0
y	-4	8

(ب) الحل البياني

للمراجعة

$$f(x) \leq 5$$

نعين المجال التي يكون

فيه (C_f) تحت

$$y = 5 \text{ المستقيم}$$

$$S =]-\infty; 2]$$

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + 1$$

حل تمرين 03 :

1) حساب a : (C_f) يشمل $N(1,0)$ معناه $f(1) = 0$

$$a = -3 \quad \text{ومنه} \quad 3 + a = 0 \quad \text{نجد} \quad 2(1)^3 + a(1)^2 + 1 = 0$$

2) أ) حساب النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3) = +\infty$$

ب) دراسة اتجاه تغير f :

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

حساب المشتق:

$$f'(x) = 0$$

إشارة المشتق:

$$6x(x-1) = 0 \quad \text{ومنه} \quad 6x^2 - 6x = 0$$

$$x-1=0 \quad \text{أو} \quad 6x=0$$

$$x=1$$

$$x=0$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
f' إشارة	+	0	-	0	+

f متزايدة على $[1; +\infty[$ و $]-\infty; 0]$ ومتناقصة على $[0; 1]$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

$$f(0) = 2(0)^3 - 3(0)^2 + 1 = 1$$

$$f(1) = 2(1)^3 - 3(1)^2 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$$

3) إثبت أن $I(0,5;0,5)$ نقطة إنعطاف:

$$f''(x) = 12x - 6 \quad \text{ومنه} \quad f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$12x - 6 = 0 \quad \text{نجد} \quad 12x = 6 \quad \text{إذن} \quad x = \frac{6}{12} \quad \text{ومنه} \quad x = \frac{1}{2}$$

إشارة المشتق الثاني f''

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x) = 12x - 6$ إشارة	-	0	+

f'' تتعدم عند $\frac{1}{2}$ مغيرة إشارتها و

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{2}{8} - \frac{3}{4} + 1 = 0.5$$

$I(0,5;0,5)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)