

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول : (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0[3]$.
3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.
4. بين أن العدد $5 \times 10^{1439} + 7 \times 10^{2018}$ يقبل القسمة على 3.
5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددان $n - 2$ و 10^n متوافقين بترديد 3.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولاية A 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرمز بـ v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005+n$.

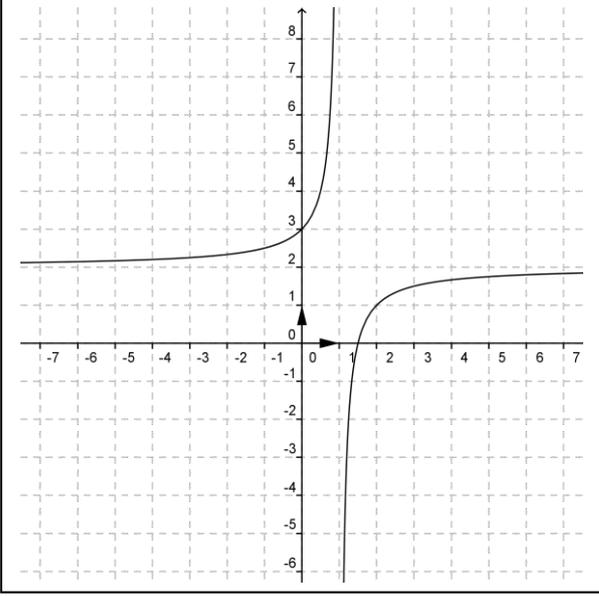
1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2 .
2. أوجد علاقة بين v_n و v_{n+1} .
3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02.
4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟ (تعطى النتيجة مدورة إلى

الصفحة 1 من 2

(الوحدة)

اجعل شعارك : أنا مصمم على بلوغ الهدف فإما أن أنجح ... وإما ... أن أنجح

التمرين الثالث: (08 نقاط)



I. f دالة ناطقة معرفة على $] - \infty; 1[\cup] 1; +\infty[$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (انظر التمثيل المقابل)

1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f .
2. حدّد من البيان معادلات للمستقيات المقاربة للمنحني (Cf).
3. صِف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x) = 1$ ، $f(x) = 3$
5. عين من البيان حلول المترابحة $f(x) > 3$.

II. نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعلاقة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تحمينك السابق.
3. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.
4. أثبت وجود مماسين للمنحني (Cf) ، معاملا توجييهما مساويان لـ 1 ، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبية لشعبة آداب وفلسفة ولغات

الموضوع الأول:

التمرين الاول

<u>1</u>	$100 = 33(3)+1$	100 على 3 هو 1 لأن	1
<u>1</u>	$10^n - 1 \equiv 0[3]$ ومنه $10^n \equiv 1[3]$	لدينا: $10 \equiv 1[3]$ إذن $10^n \equiv 1^n[3]$ أي: $10^n \equiv 1[3]$	2
<u>1</u>	$4a^7 - 6 \equiv -2[3]$ أي $4a^7 - 6 \equiv 4 - 6[3]$ إذن $4a^7 \equiv 4[3]$ ومنه $a^7 \equiv 1[3]$	وبالتالي $4a^7 - 6 \equiv 1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3 هو 1	3
<u>1.5</u>	$10^{1438} \equiv 1^{1438}[3]$ وكذلك $10^{2017} \equiv 1^{2017}[3]$ إذن: $10^n \equiv 1[3]$	لدينا: $10^n \equiv 1[3]$ إذن: $10^{2017} \equiv 1^{2017}[3]$ وكذلك $10^{1438} \equiv 1^{1438}[3]$ ، إذن: $(5)10^{1438} \equiv 5[3]$ و $(7)10^{2017} \equiv 7[3]$ إذن: $(5)10^{1438} + (7)10^{2017} \equiv 12[3]$ وبما أن 12 مضاعف ل 3 فإن العدد $(5)10^{1438} + (7)10^{2017}$ مضاعف للعدد 3	4
<u>1.5</u>	$10^n \equiv 1[3]$	بما أن $10^n \equiv 1[3]$ ، بما أن $10^n \equiv 1[3]$ يكون العددين متوافقان بترديد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n \equiv 1[3]$ وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k ; k \in \mathbb{Z}$ وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k ; k \in \mathbb{Z}$ أي: $n-2 \equiv 1[3]$	5

التمرين الثاني:

<u>1.5</u>	$v_0 = 7500$	1
	حساب v_1 و v_2 $v_1 = v_0 + 0.02v_0 = 7500 + 0.02(7500) = 7650$ و $v_2 = v_1 + 0.02v_1 = 7650 + 0.02(7650) = 7803$	
<u>1</u>	كتابة v_n بدلالة v_{n+1} $v_{n+1} = v_n + 0.02v_n = v_n (1 + 0.02)$ $v_{n+1} = (1.02) v_n$	2
<u>0.5</u>	إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية : $v_{n+1} = 1.02 v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 1.02	3
<u>1.5</u>	كتابة v_n بدلالة n $v_n = v_0(1.02)^n = 7500 (1.02)^n$	4
<u>1.5</u>	عدد السكان المتوقع سنة 2020 : نحسب الدليل n السنة : $n = 2020 - 2005 = 15$ $u_{15} = 7500 (1.02)^{15} = 10094$	5

1	<p>حساب النهايات</p> $= 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	1								
1	<p>معادلات المستقيمات المقاربة:</p> $x = 1, y = 2$	2								
1	<p>اتجاه تغير الدالة f: متزايدة تماما على $]-\infty; 1[$ وعلى $]1; +\infty[$</p> <table border="1" data-bbox="151 616 1353 846"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>2</td> <td></td> <td>2</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x)$	2		2	3
x	$-\infty$	1	$+\infty$							
$f(x)$	2		2							
1	<p>حلول المعادلة $f(x) = 3$ هي $\{0\}$. حلول المعادلة $f(x) = 1$ هي $\{2\}$</p>	4								
1	<p>حلول المتراجحة $f(x) > 3$ هي $]0; 1[$</p>	5								
1	$2 - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = \frac{2x-2-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x-1} = f(x)$	6								
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$	7								
1	$f'(x) = \frac{2(x-1) - 1(2x-3)}{x-1}$ $= \frac{1}{(x-1)^2}$ <p>موجبة دوماً لأن البسط عدد موجب والمقام مربع تام فهو موجب تماماً اتجاه تغير الدالة f: متزايدة تماماً على $]-\infty; 1[$ وعلى $]1; +\infty[$</p> <table border="1" data-bbox="204 1556 1300 1780"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> <td>2</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x)$		$+\infty$	2	8
x	$-\infty$	1	$+\infty$							
$f(x)$		$+\infty$	2							

		2	$-\infty$		
1		إثبات وجود المماسين: نحل المعادلة $f'(x) = 1$ أي $\frac{1}{(x-1)^2} = 1$ نجد $(x-1)^2=1$ $x(x-2) = 0$ أي $x=0$ وبالتالي $x=2$ أو $x=0$			9

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول (06 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k .
2. استنتج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k .
3. استنتج باقي قسمة 17^{4k} على 5.
4. بين أن العدد $2^{4k+3} + 2017^{4k+2} + 13$ يقبل القسمة على 5.
5. استنتج باقي قسمة $2017^{1439} - 6^{2018} + 87^{49}$ على 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية معرفة على N ب: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 3u_n - 6$
- من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$
1. -بين أن المتتالية (v_n) هندسية، ثم عين أساسها و حدّها الأول.
 2. -احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
 3. -احسب بدلالة n المجموع: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، ثم استنتج بدلالة n المجموع:
 $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (08 نقاط):

نعبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; +\infty[$ ب: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.
4. بيّن أن منحنى الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

6. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x + 2)^2 (1-x)$.
7. عيّن فواصل نقاط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) في نفس المعلم السابق.

الصفحة 3 من 4

تمنياتي لكم بالتوفيق اليوم و غدا ودائما ...

أستادة المادة: وارت ط

الموضوع الثاني:

حل التمرين الأول :

1.5	1. باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k هو:												
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>k</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>r_k</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	k	0	1	2	3	4	r_k	1	2	4	3	1
k	0	1	2	3	4								
r_k	1	2	4	3	1								
1.5	2. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k :												
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>k</td> <td>$4k$</td> <td>$4k + 1$</td> <td>$4k + 2$</td> <td>$4k + 3$</td> </tr> <tr> <td>r_k</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	k	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$	r_k	1	2	4	3		
k	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$									
r_k	1	2	4	3									
1	3. استنتاج باقي قسمة 17^{4k} على 5 : $17^{4k} \equiv 2^{4k} [5] = 1[5]$.												
1	4. العدد $2^{4k+3} + 2017^{4k+2} + 13$ يقبل القسمة على 5 لأن: $2^{4k+3} + 17^{4k+2} + 3 \equiv 3 + 4 + 3[5] \equiv 0[5]$												
1	5. استنتاج باقي قسمة $2017^{1439} - 6^{2018} + 87^{49}$ على 5: $2007^{1999} - 21^{2008} + 87^{49} \equiv 2^{4k+3} - 1^{2008} + 2^{4k+1} [5]$ $\equiv 3 - 2 + 1[5] \equiv 4[5]$												

حل التمرين الثاني :

2	1. إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية: $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = 3u_n - 9 = 3(u_n - 3) = 3v_n$ إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3. و حدها الأول $v_0 = u_0 - 3 = -2$
---	--

1	عبارة الحد العام لـ (v_n) : $v_n = v_0 \times q^n = -2 \times 3^n$	2.
1	إستنتاج عبارة الحد العام لـ (u_n) : $u_n = v_n + 3 = -2 \times 3^n + 3$	3.
1	المجموع S : $S = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = -2 \times \frac{1-3^{n+1}}{1-3}$ $S = 1-3^{n+1}$	
1	استنتاج بدلالة n المجموع : إذن $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (v_0 + 3) + (v_1 + 3) + (v_2 + 3) + \dots + (v_n + 3)$ $S' = S + 3(n+1)$	

التمرين الثالث																	
1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = -\infty$	1															
0.5	$f'(x) = -3x^2 - 6x = -3x(x+2)$	2															
1.5	إشارة المشتقة: $f'(x) = 0$ يعني $x=0$ أو $x=-2$ <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>4</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(x)$		$-$	0	$+$	$f(x)$	$+\infty$		4	$-\infty$	3
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$													
$f'(x)$		$-$	0	$+$													
$f(x)$	$+\infty$		4	$-\infty$													
1	أحداثيات نقطة الانعطاف: $f''(x) = 0$ و f'' تغير إشارتها يعني نقطة الانعطاف: $A(-1; 2)$	4															
1	معادلة المماس: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ نجد: $(\Delta) : y = 3x + 5$	5															
0.5	$(x+2)^2(1-x) = (x^2+4x+4)(1-x) = x^2+4x+4-x^3-4x^2-4x = -x^3-3x^2+4 = f(x)$	6															
1	نقط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x) = 0$ نجد $x = -2$ أو $x = 1$. إذن النقطتان: $B(1; 0)$; $C(-2; 0)$																
0.5	نقط التقاطع مع محور الترتيب: نحسب $f(0)$ نجد النقطة $D(0; 4)$																
1	الرسم	7															

