اختبار الفصل الاول في مادة الرياضيات

المستوى : 3 رياضي المـدة: ساعتان

التمريـن الاول (12 ن):

I- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{2x}{x+1} - \ln(1+x)$

1 - احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$

2 - ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3 - بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3.90 < \alpha < 3.93$

4 - استنتج اشارة $g(x)$ من اجل x من المجال $]0;+\infty[$

II - f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ ب:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{2\ln(1+x^2)}{x}, x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- احسب $\lim\limits_{\substack{h \to 0 \\ >}} \dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ ؛ فسر النتيجة هندسيا

2 - ا ـ بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $f(x) = \dfrac{4\ln x}{x} + \dfrac{2}{x}\ln(1+\dfrac{1}{x^2})$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3 - ا ـ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{2g(x^2)}{x^2}$

ب ـ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4 - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$: $f(x) \le \dfrac{4\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$

5 - انشئ نصف المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $(0;0)$ و المنحنى (C_f) ناخذ $\alpha = 3.92$

6 - m وسيط حقيقي ، عين قيم m حتى تقبل المعادلة $f(x) = f(e^m)$ حلين متمايزين

التمريـن الثاني (8 ن):

I - f الدالة العددية المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ : $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$

1 - بين ان الدالة f متزايدة تماما

2 - ادرس اشارة $f(x) - x$

II - نعتبر المتتاليتين (U_n) و (V_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$$\begin{cases} U_0 = \dfrac{5}{4} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases} \qquad \begin{cases} V_0 = \dfrac{11}{4} \\ V_{n+1} = f(V_n) \end{cases}$$

1 - برهن بَالترَاجع انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $2 < V_n \leq \frac{11}{4}$ و $\frac{5}{4} \leq U_n < 2$

2 - بين ان المتَتَالية (U_n) متزَايدة و المتَتَالية (V_n) متنَاقصة

3- استنتج ان كل من المتَتَاليتين (U_n) و (V_n) متقَاربتين

4-ا ـ بين انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $V_{n+1} - U_{n+1} = \frac{V_n - U_n}{\sqrt{V_n - 1} + \sqrt{U_n - 1}}$

ب ـ بين انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $\frac{1}{\sqrt{V_n - 1} + \sqrt{U_n - 1}} < \frac{2}{3}$

جـ ـ استنتج انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $V_{n+1} - U_{n+1} \leq \frac{2}{3}(V_n - U_n)$

4 - ا ـ برهن بَالترَاجع انه من اجل كل عدَد طبيعي n : $V_n - U_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n \frac{3}{2}$

ب ـ استنتج ان لِلمتَتَاليتين (U_n) و (V_n) نفس النهَاية ثم حدِد نهَاية كل من (U_n) و (V_n)

بَالتوفيق