

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (08ن):

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ، و (ψ) تمثيلها البياني في مستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

• بقراءة بيانية :

- 1- عين $f'(\ln 4)$ و $f'(0)$.
 - 2- استنتج معادلة للمماس (T_1) للمنحني (ψ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
 - 3- عين معادلة للمستقيم (Δ) .
 - 4- ليكن (T_m) مستقيم معادلته : $y = \frac{m}{2}x + m$ ، حيث m وسيط حقيقي
 - 5- بين أن كل المستقيمات (T_m) تمر من نقطة ثابتة A يطلب تعيين احداثياتها .
 - 6- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x) = \frac{m}{2}x + m$.
- لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$.

- 1- ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند 0 ، ماذا يمكن القول عن النقطة $B(0,1)$ ، مع التعليل.
- 2- تحقق أن h دالة زوجية .
- 3- انشئ المنحني (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من (ψ) في نفس المعلم .

التمرين الثاني (12 ن):

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + e^{-x})$ ، المنحني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(1) ادرس تغيّرات الدالة f .

(2) أ- بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \ln(1 + e^x)$.

ب- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$.

ج- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمستقيم (D) .

(3) أنشئ (D) و (C_f) .

(4) نعتبر g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + e^{|x|})$.

أ- بيّن أن الدالة g زوجية .

ب- اعتمادا على المنحني (C_f) ، ارسم المنحني (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق .

(II) (1) أ- بيّن أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل في المجال $]0; 1[$ حلا وحيدا α .

ب- بيّن أنه ، من أجل كل $x \geq 0$ ، $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$.

ج- استنتج أنه ، من أجل كل $x \geq 0$ ، $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{4}|x - \alpha|$.

(2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq 0$.

ب- بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|u_n - \alpha|$.

ج- استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$.

د- احسب نهاية المتتالية (u_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$.

بالتوفيق للجميع

استاذة المادة