اختبار في مادة : الرياضيات .
المدة : 03 ساعات .

التمرين الأول : (05 نقاط)

في كل من الأسئلة التالية ، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة مع التعليل.

الأسئلة	الإقتراحات	إجابة (أ)	إجابة (ب)	إجابة (ج)
(u_n) متتالية عددية حدودها موجبة بحيث : $u_9 \times u_{10} \times u_{11} = 8$ و $u_8 = 32$ ، أساسها هو		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	4
حل للمعادلة التفاضلية $y'+y=1$ (C_h) المنحنى البياني للدالة h يقبل مستقيما مقاربا عند $+\infty$ معادلته :		$y=0$	$y=-1$	$y=1$
f دالة معرفة على $IR - \{-1\}$: $f(x) = e^{ax} + \frac{b}{x+1} \dots (C_f)$ قيمتا العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون المماس لـ (C_f) في النقطة $A(0;2)$ موازيا لحامول محور الفواصل ، هما :		$b=2$ و $a=1$	$b=1$ و $a=2$	$b=1$ و $a=1$
مجموعة حلول المعادلة : $2e^{2x} - 6e^x + 4 = 0$ ، في IR هي :		$S = \{0; \ln 2\}$	$S = \{0; 2\}$	$S = \{e; e^2\}$
$\ln \left[(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2020} \right] + \ln \left[(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2020} \right]$ هذا العدد يساوي :		0	2020	$4040 \times \ln(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

التمرين الثاني : (07.5 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على IR : $f(x) = \frac{x}{x+e^{-x}}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ- بين أنه من أجل كل x من IR فإن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من IR فإن : $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

و شكّل جدول تغيراتها .

- (3) دالة عددية معرفة على IR بـ : $h(x) = e^{-x} + x - 1$.
أدرس تغيرات الدالة h على IR ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .
(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
(5) بيّن أنه من أجل كل x من IR فإن : $f(x) - x = \frac{-xh(x)}{h(x)+1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (T) . فسّر النتيجة بيانياً .
(6) أرسم المماس (T) والمنحني (C_f) .
(7) أ) m وسيط حقيقي ، بيّن أن جميع المستقيمات (d_m) ذات المعادلة $y = mx$ تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .
ب) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :
 $x[(x + e^{-x})m - 1] = 0$.

التمرين الثالث : (07.5 نقاط)

- (I) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x^2 - 2 \ln x$.
(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.
(2) شكّل جدول تغيرات الدالة h ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x)$.
نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
(1) أحسب : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
(2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً x فإن : $f'(x) = \frac{-h(x)}{x^2}$.
ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f .
(3) أ- بيّن أن المستقيم (D) ذي المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) .
ج- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0.41 < \alpha < 0.42$.
(4) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .
(5) أ- أرسم المستقيمين (D) و (T) والمنحني (C_f) .
ب- ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $f(x) = m - x$.