الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية : هارون الرشيد بشار الجديد

الدورة : 2021

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — الاختبار الأول في مادة الرياضيات — المدة: 03 سا

رياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.

1) أ) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i,j)$ أنشئ على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضّحا خطوط الإنشاء.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n = \ln(u_n - 4)$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n. ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثمّ استنتج أنها متقاربة .

4) احسب S_n و P_n حيث:

$S_n = \ln(u_0 - 4) + \ln(u_1 - 4) + \cdots\cdots + \ln(u_n - 4)$ و $P_n = (u_0 - 4) \times (u_1 - 4) \times \ldots \times (u_n - 4)$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^x - x - 2$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

2) أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x) = 0$ حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1.6 < \alpha < -1.5$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i,j)$، (وحدة الطول $1cm$) .

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^x g(x)$.

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f. ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن : $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) ارسم المنحنى (C_f).

4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $me^{-x} = e^x - x - 1$ حلّين متمايزين.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرّفة على D_f حيث $D_f =]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = -2x + 3 + 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; i, j)$.

1) أ) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) تحقق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$.

ب) استنتج أنّ (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثييه.

4) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,45;0,46[$ ثم استنتج أنّها تقبل حلا أخر β يطلب تعيين حصر له.

5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f)، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

6) ارسم (Δ) و (C_f).

بالتوفيق

BAC

انتهى الموضوع