الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربيـــــة الوطنيـــــة — مديرية التربية لولاية سيدي بلعباس

اختبـــــــار الدورة الأولــــى — ثانويـــة إينـــال سيدأحمـــد

الشعبـــة رياضيـــات نهائــــي — السنـــة الدراسيـــة 2014 - 2015

اختبار في مادة الرياضيات — الأستاذ سماح — المـــدّة : 04 ساعـــات

التمرين الأول : (03 نقاط)

في كل سطر من الجدول التالي توجد إجابة واحدة فقط صحيحة ، يضع التلميذ على ورقة الإجابة رقم السطر و الحرف الذي يتناسب مع إجابته المختارة مع التعليل .

السطر		الإجابة (a)	الإجابة (b)	الإجابة (c)
1	المعادلة $3x+\cos 2x=0$	لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$	تقبل حلّين متمايزين في $\mathbb{R}$	تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$
2	f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي $f(x)=(x-1)3^{-2x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
3	f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي $f(x)=\sqrt[5]{e^x-x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
4	في $\mathbb{R}$ ، حلول المعادلة $2e^{1007x}+5e^{-1007x}+3=0$ هي :	مجموعة خالية	$\left\{0\,;\frac{1}{1007}\ln\left(\frac{3}{2}\right)\right\}$	المجموعة $\mathbb{R}$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

لتكن الدالة العددية f ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x)=x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ثم أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة يُطلب كتابة معادلاتها .

❷ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) مع المستقيمين المقاربين المائلين .

❸ أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

❹ بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث $0,9<\alpha<0,91$ و $-1,66<\beta<-1,65$.

❺ أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f(x)+f(-x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

❻ مثل المنحنى (C_f) .

❼ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $3(e^x-1)m+4=0$

❽ نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=[f(x)]^2$

شكل جدول تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x.

التمرين الثالث : (07 نقاط)

I. g دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2x-1+ln(x+1)$

❶ أدرس إتجاه تغيّر الدالة g .

❷ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,31<\alpha<0,32$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=(x+1)^2+\left(2-ln(x+1)\right)^2$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

❷ أثبت من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ أن : $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$

❸ أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

❹ بيّن أن $f(\alpha)=(\alpha+1)^2+(\alpha+1)^4$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

❺ مثّل المنحنى (C_f) .

III. h دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $h(x)=ln(x+1)$

نسمي (C_h) المنحنى الممثل لـ h في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

$A(-1;2)$ نقطة من المستوي و M نقطة من المنحنى (C_h) فاصلتها x.

❶ أكتب المسافة AM بدلالة $f(x)$.

❷ φ دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $\varphi(x)=\sqrt{f(x)}$

① بيّن أن للدالتين φ و f نفس إتجاه التغيّر على المجال $]-1;+\infty[$.

② عين إحداثيات النقطة B من (C_h) بحيث تكون المسافة AM أصغرية .

③ بيّن أن : $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$

④ هل المستقيم (AB) عمودي على مماس المنحنى (C_h) في النقطة B ؟

التمرين الرابع : (04 نقاط)

n عدد طبيعي .

❶ نضع : $\alpha=n^2+n$ و $\beta=n+2$

① برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(n;\beta)$

② استنتج القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$.

❷ نعتبر العددين a و b حيث : $a=3n^3+5n^2+2n$ و $b=3n^2+8n+4$

① برهن أن العدد $(3n+2)$ هو قاسم مشترك للعددين a و b .

② استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

③ عين α و β علما أن $PGCD(a;b)=41$.