الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية .
وزارة التربية الوطنية . ثانوية : عدادي الحاج ( عين بويحيى )
امتحان : الفصل الأول . يوم : 2019/12/02 .
المستوى : 3 تقني رياضي .

اختبار في مادة : الرياضيات . المدة : 04 ساعات .

## التمرين الأول : ( 01.5 نقطة )

$n$ عدد صحيح يختلف عن $-1$ و $A$ عدد حقيقي بحيث: $A=\dfrac{n+4}{n+1}$

- تحقّق أنّ $A=1+\dfrac{3}{n+1}$ ، ثم عيّن كل الأعداد الصحية $n$ بحيث يكون $A$ عددا صحيحا .

## التمرين الثاني : ( 07 نقاط )

لتكن $f$ الدالة المعرّفة على $IR$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

1) أ- بين أنه من أجل كل $x$ من $IR$ فإن : $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) بين أنه من أجل كل $x$ من $IR$ فإن : $f'(x)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ و شكّل جدول تغيراتها .

3) $h$ دالة عددية معرّفة على $IR$ بـ : $h(x)=e^{-x}+x-1$ .
أدرس تغيرات الدالة $h$ على $IR$ ، ثم استنتج اشارة $h(x)$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ .

4) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $0$ .

5) بيّن أنه من أجل كل $x$ من $IR$ فإنّ : $f(x)-x=\dfrac{-xh(x)}{h(x)+1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ والمماس $(T)$ . فسّر النتيجة بيانيا .

6) أرسم المماس $(T)$ والمنحني $(C_f)$ .

7) أ) $m$ وسيط حقيقي ، بيّن أنّ جميع المستقيمات $(d_m)$ ذات المعادلة $y=mx$ تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ :
$x\left[\left(x+e^{-x}\right)m-1\right]=0$ .

**التمرين الثالث : ( 04.5 نقاط )**

$f$ الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;5[$ بـ : $f(x)=\dfrac{3+x}{5-x}$ .

**1)** بيّن أنّ الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;5[$ .

**2)** $(U_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $U_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=f(U_n)$ .

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 < U_n < 3$ .

ب) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية $(U_n)$ واستنتج أنها متقاربة .

**3)** نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $V_n=\dfrac{U_n-1}{3-U_n}$ .

أ- بيّن أن المتتالية $(V_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .

ب- بيّن أن $U_n=\dfrac{1+3V_n}{1+V_n}$ ، ثم عبّر بدلالة $n$ عن $V_n$ و $U_n$ ، وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ .

**4)** أحسب ، بدلالة $n$ ، المجموع $S_n$ حيث : $S_n=U_0(1+V_0)+U_1(1+V_1)+.....+U_n(1+V_n)$

**التمرين الرابع : ( 07 نقاط )**

*I*) لتكن $h$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x^2-2\ln x$ .

**1)** أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$ .

**2)** شكّل جدول تغيّرات الدالة $h$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

*II*) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=1-x-\dfrac{2}{x}(1+\ln x)$

نسمي $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

**1)** أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ .

**2)** أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ فإنّ : $f'(x)=\dfrac{-h(x)}{x^2}$

ب- شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

**3)** أ- بيّن أن المستقيم $(D)$ ذي المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$ .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(D)$.

جـ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.41<\alpha<0.42$ .

**4)** بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي المستقيم $(D)$ ، يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .

**5)** أ- أرسم المستقيمين $(D)$ و $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ .

ب- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ التالية : $f(x)=m-x$ .