

إمتحان الفصل الأول لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (08ن)

عين الاجابة الصحيحة ان وجدت مع التبرير:

(1) حلول المتراجحة $x \ln x - x \geq 0$ هي :

(أ) $[e; +\infty[$ (ب) $]0; +\infty[$ (ج) $]0; e]$

(2) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ تقبل محور تناظر معادلته:

(أ) $x=1$ (ب) $x=-1$ (ج) $x=2$

(3) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ
$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & : x \neq 0 \\ g(0) = \alpha \end{cases}$$
 مستمرة على $\mathbb{R}$ يعني ان

(أ) $\alpha = 1$ (ب) $\alpha = 0$ (ج) $\alpha = 3$

(4) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ من أجل كل عدد حقيقي x :

(أ) $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ (ب) $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ (ج) $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

(5) المعادلة التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ و التي حلها $f(x) = 3e^{-2x} + 4$ هي

(أ) $y' = -2y + 8$ (ب) $y' + 2y - 8 = 0$ (ج) $2y = y' + 8$

(6) h دالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$ المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

(أ) $1,60 < \alpha < 1,61$ (ب) $1,61 < \alpha < 1,62$ (ج) $1,59 < \alpha < 1,60$

التمرين الثالث (12ن):

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2\ln x$.

1 / ادرس تغيرات الدالة g .

2 / بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $0.75 < \beta < 0.76$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$. نسمي (C_f)

المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 / أ* أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

ب* بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

2 / أ* أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب* استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3 / أ* بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له.

ب* ارسم المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

4 / m عدد حقيقي، عين قيم العدد الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $0 = -mx + 2 + 2 \ln x \dots (E)$ حلين مختلفين موجبين.

(III) α عدد حقيقي موجب تماما. نعتبر الدالة f_α المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$f_\alpha(x) = 1 - x + \frac{\alpha}{x}(1 + \ln x)$. نسمي (C_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 / أثبت أن جميع المنحنيات (C_α) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثيها.

2 / نعتبر النقط $A\left(-2; \frac{4}{\alpha}\right)$ ، $B\left(1; \frac{2 \ln \alpha}{\alpha}\right)$ و $C(-2\alpha; 2\alpha - 2)$ ولتكن G_α مرجح الجملة المثقلة :

$$\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}.$$

أ* عين بدلالة α إحداثيي النقطة G_α .

ب* استنتج مجموعة النقط G_α عندما يسمح العدد α المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

بالتوفيق