إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول ☹ (06 نقاط)

ليكن m عدد حقيقي ولتكن الدالة العددية h المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\begin{cases} h(x)=\dfrac{x-\sqrt{2-x}}{x-1};\ x<1 \\ h(1)=\dfrac{3}{2} \\ h(x)=\dfrac{x^2+m}{x+1};\ x>1 \end{cases}$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .
2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.
3) بين أن المستقيم (Δ)ذي المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$.
4) عين قيمة العدد الحقيقي m حتى تكون الدالة h مستمرة عند القيمة 1 .

التمرين الثاني ☺ (14 نقطة)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(2-x)e^x-2$

1) أدرس تغيرات الدالة g.
2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث $1.59<\alpha<1.60$
3) استنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجموعة $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2}{e^x-1} \quad \text{إذا كان } x\neq 0 \quad \text{و } f(0)=0$$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) برهن أن $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{e^x-1}=1$. هل الدالة f مستمرة عند القيمة $x_0=0$؟
2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
3) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، $f'(x)=\dfrac{x\times g(x)}{(e^x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5) أ) بين أن $f(\alpha)=\alpha(2-\alpha)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

ب) ليكن (Γ) المنحني الممثل للدالة العددية K المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ : $K(x)=-x^2$

- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-K(x)\right)$ ثم استنتج أن المنحني (Γ) منحني مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$
- أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Γ) على المجال $]-\infty;0]$.

ج) أرسم (Γ) و (C_f) .

6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$(E): x^2-me^x+m=0$

☺مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح في البكالوريا جوان 2014 ❁ أستاذ المادة