

التمرين الأول: (6 نقاط)

f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو في الوثيقة المرفقة.

(1) أ - بين أن الدالة f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$.

ب - بين أنه إذا كان $0 \leq x < 1$ فإن $0 \leq f(x) < 1$.

(2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \square ب $u_0 = 0$ و من أجل كل n من \square : $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$

أ - على الوثيقة المرفقة مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 و حساب مبينا خطوط التمثيل.

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها.

(3) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من \square : $0 \leq u_n < 1$.

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماما ثم بين أنها متقاربة.

ج - احسب في هذه الحالة $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) (v_n) متتالية معرفة على \square ب: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

أ - اثبت أن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ ويطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم عبارة الحد العام u_n .

ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ بطريقة ثانية.

التمرين الثاني: (6.5 نقاط)

(I) f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = 2x \left[2(\ln x)^2 - 3\ln(x) + 2 \right]$

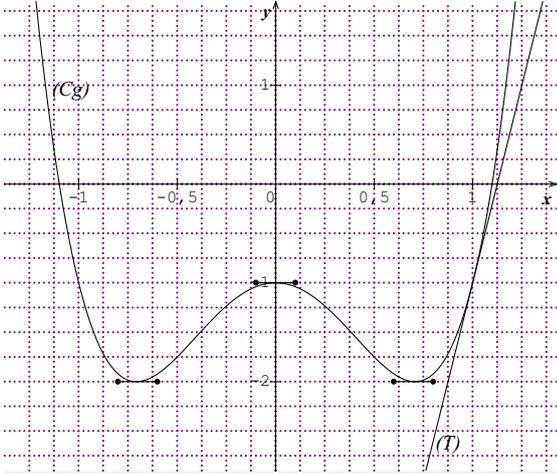
(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ (يمكن وضع $\ln x = X$)

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = 2 \left[\ln(x) + 1 \right] \left[2\ln(x) - 1 \right]$

(3) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن $f''(x) = \frac{2}{x} \left[4\ln(x) + 1 \right]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

- (5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيههما يساوي 4
 (6) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) . (نأخذ: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$)
 (7) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x) - m = 0$ ثلاث حلول موجبة.



التمرين الثالث: (7.5 نقاط)

(I) g دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = ax^4 + bx^2 + c$

حيث a, b, c أعداد حقيقية ثابتة. (C_g) تمثيلها البياني

كما هو مبين في الشكل المقابل. (T) المماس للمنحنى

(C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 1 معادلته: $y = 8x - 9$

(1) اوجد بدلالة a و b عبارة $g'(x)$

(2) اعتمادا على (C_g) عين الأعداد الحقيقية a, b, c و

(1) نضع: $g(x) = 4x^4 - 4x^2 - 1$

أ - حدد بيانيا عدد حلول المعادلة ثم اعط لكل حل منها حصرا سعته $0, 1$

ب - استنتج بيانيا حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{xe^{(x^2)}}$

(1) بين أن الدالة f فردية ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(3) أ - بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2 e^{(x^2)}}$

ب - استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها. (نرمز بـ α و β إلى فاصلتا نقطتي تقاطع (C_f) مع (ox))

(4) أ - اكتب معادلة المماس (T_λ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة λ حيث λ عدد حقيقي غير معدوم.

ب - عين قيم العدد الحقيقي λ حتى يشمل المماس (T_λ) المبدأ O .

ج - اكتب معادلة (T_λ) في هذه الحالة.

بالتوفيق