

I. لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (a - 2x)e^x + b$

a و b أعداد حقيقية ، (C_g) تمثيلها البياني

1. عين العددين a و b حتى تكون g حلا للمعادلة التفاضلية : $y' - y = -2e^x - 2$ والمنحني (C_g) يقبل مماس عند الفاصلة 0 معامل توجيهه 1

II. لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

*أدرس تغيرات الدالة g

*بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]1.68, 1.69[$

*استنتج إشارة $g(x)$

III. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{4x-2}{e^x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني .

1. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، فسر النتيجة بيانيا ، ثم اوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. بين أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أن المنحني (C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0; 1)$ مماس (Δ) ، يطلب إيجاد معادلة له .

4. بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

5. عين دون حساب : $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، ماذا تستنتج؟ اعط تفسير هندسي للنتيجة ؟

6. مثل بيانيا المنحني (C_f) و المماس (Δ) .

IV. نعتبر الدالة k معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = \frac{-4xe^x + 2e^x}{e^x + 1}$

1. بين أن : $k(x) = f(-x) - 1$

2. اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_k)

التمرين الثاني: "07 نقاط" نعتبر من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -\infty, -1[\cup]0, +\infty[$

لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = x - 1 + 2 \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

1. احسب نهايات الدالة عند اطراف مجموعة التعريف
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين ان المنحنى يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيينه .
ثم ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و (Δ) .
4. احسب $f(-1-x) + f(x)$ ماذا تستنتج؟
5. برهن ان المعادلة: $x + 2 \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) = 1$, تقبل حلا وحيدا α على المجال $1 < \alpha < 2$
ثم بين ان المعادلة تقبل حلا اخر β يطلب ايجاد حصرا له.
6. ارسم (C_f) و (Δ)

7. بين ان حل المعادلة $-1 + 2 \ln\left(\frac{\sqrt{mx}}{x+1}\right) = 0$ يؤول الى حل المعادلة : $f(x) = x - \ln(m)$

ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة $f(x) = x - \ln(m)$ حيث m عدد حقيقي موجب تماما

8. نعتبر الدالة المعرفة على $] -\infty, -1[\cup]0, +\infty[$: $g_\lambda(x) = \lambda x - \lambda + 2 \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

* اثبت انه مهما يكن العدد الحقيقي λ فإن جميع المنحنيات $(C_{\lambda k})$ تمر بنقطة وحيدة A يطلب ايجاد احداثياتها .

ب* ادرس و حسب قيم العدد الحقيقي λ الوضع النسبي بين المنحنيين (C_f) و $(C_{g\lambda})$

التمرين الثالث : "06 نقاط"

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $1 < u_n$
2. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟
3. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث $v_n = \ln(u_n)$
4. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها و حدها الأول .
5. أكتب عبارة بدلالة v_n , ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n , اوجد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
6. أحسب بدلالة n الجداء : $P_n = u_{2020} \times u_{2021} \times \dots \times u_{2020+n}$