الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — ثانوية: التجاني امحمد بالبياضة – باهي الطاهر بالعقلة

امتحان البكالوريا التجريبية — دورة جوان 2021

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 3ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول(4.5 نقطة):

صندوق يحتوي على تسع قريصات تحمل الأرقام من 1 إلى 9 لا نفرق بينها عند اللمس، نسحب من الصندوق عشوائيا ثلاث قريصات دفعة واحدة، ونعتبر الحادثتين التالية:

A" القريصات المسحوبة تحمل أرقاما زوجية "

B" القريصات المسحوبة تحمل أرقاما تشكل حدودا متعاقبة من متتالية هندسية متزايدة تماما "

1- أ) احسب $P(A)$ ثم بين أن: $P(B)=\frac{1}{21}$

ب)احسب $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$.

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب أكبر رقم تحمله القريصات المتبقية في الصندوق

أ) عين قيم المتغير العشوائي X، ثم عرف قانون احتماله.

ب)احسب $P(|X-1|\le 7)$

التمرين الثاني(04 نقطة)

1- أ) تحقق أن: $-16+8\sqrt{3}=-4(1-\sqrt{3})^2$

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $z^2-2(1+\sqrt{3})z+8=0$

2- نعتبر العدد المركب $z=1+\sqrt{3}+i(1-\sqrt{3})$

أ) احسب z^2

ب) احسب طويلة وعمدة z^2، ثم اكتبه على الشكل الأسي.

3- اكتب z على الشكل المثلثي، ثم استنتج قيمتي $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)$

4- احسب z^6، ثم عين قيمة n حتى يكون z^n تخيليا صرفا موجبا.

التمرين الثالث(4.5 نقطة):

g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x + 2 - 2\sqrt{x}$.

المستوي المزود بمعلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

في الشكل المقابل التمثيل البياني للدالة g والمستقيم معادلته: $y = x$

1- (U_n) متتالية معرفة من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = g(U_n)$

- عين قيمة الحد الأول U_0 التي من أجلها تكون المتتالية (U_n) ثابتة تماما.

نضع: $U_0 = 6$

2- انقل الرسم على ورقة الإجابة، ثم أنشئ على محور الفواصل الحدود U_0، U_1 و U_2، ثم خمن تقاربها.

3- أ) أثبت من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ أن: $1 \le U_n \le 6$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n). ثم استنتج تقاربها واحسب $\lim\limits_{n\to\infty} U_n$

4- أ) بين من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ أن: $0 \le U_{n+1} - 1 \le \frac{1}{2}(U_n - 1)$

ب) استنتج من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ أن: $0 \le U_n - 1 \le 5\left(\frac{1}{2}\right)^n$، ثم تحقق من حساب نهاية المتتالية (U_n)

التمرين الرابع(06.5 نقطة):

الجزء الأول : g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (-x+2)e^x - 2$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث: $1.5 < \alpha < 1.6$

3- احسب $g(0)$ ، ثم استنتج من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(0) = 0$ ومن أجل كل $x \ne 0$، $f(x) = \dfrac{x^2}{e^x - 1}$

C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- عين نهايتي الدالة f عند: $-\infty$ و $+\infty$.

2- أثبت من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ أن: $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$

3- عين من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ إشارة f'،شكل جدول تغيرات الدالة f. (نقبل أن f قابلة للاشتقاق عند 0)

4- تحقق أن: $f(\alpha) = \alpha(2 - \alpha)$.

5- ارسم C_f، ثم ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(m)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04.5 نقطة):

كيس يحتوي على 6 قريصات منها قريصة واحدة خضراء تحمل الرقم 3، وثلاث قريصات بيضاء تحمل كل منها الرقم 2، وقريصتين حمراوين تحملان الرقم 1.

يسحب لاعب على التوالي دون ارجاع قريصتين من الكيس، بحيث يتحصل على نقاط تساوي مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

1- احسب احتمالات الحوادث التالية:

- A " الحصول على 4 نقاط والقريصتين المسحوبتين مختلفتي اللون".
- B " الحصول على 4 نقاط".
- C " الحصول على قريصتين مختلفتي اللون".
- D " الحصول على الأقل على 4 نقاط".

2- نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد النقاط التي يتحصل عليها اللاعب

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي، واحسب أمله الرياضي.

التمرين الثاني(05 نقاط):

I) (U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ بـ : $U_n = \dfrac{2n+1}{n}$

1- ادرس رتابة المتتالية (U_n)

2- أثبت من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ أن : $2 < U_n \leq 3$ ، ثم استنتج تقارب المتتالية (U_n) واحسب نهايتها.

3- أثبت من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ أن : $U_{n+1} = \dfrac{3U_n - 4}{U_n - 1}$.

II) (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - 2}$

1- احسب $V_{n+1} - V_n$، ماذا تستنتج بالنسبة لطبيعة المتتالية (V_n) ؟

- اكتب V_n بدلالة n ، ثم احسب نهايتها.

2- برهن بالتراجع من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ أن : $V_1 + V_2 + ... + V_n = \dfrac{n(n+3)}{2}$.

3- أ) اكتب U_n بدلالة V_n، ثم بين من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ أن: $U_n = 2 + \dfrac{1}{V_{n-1}}$.

ب) تحقق من نتيجة النهاية المحسوبة في السؤال 2 - I.

التمرين الثالث(04 نقاط):

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6z + 12 = 0$ حيث z عدد مركب

2- في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B و C لواحقها على الترتيب

$z_A = 1$، $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ و $z_C = 3 + i\sqrt{3}$ على الترتيب.

أ) احسب الطويلة والعمدة لكل من z_A، z_B و z_C

ب) أنشئ النقط A، B و C

3- احسب طويلة العدد $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

4- أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع، ثم أنشئ النقطة D

ب) عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي لواحقها z حيث: $\left|\dfrac{z - 1 - 2i\sqrt{3}}{z - 1}\right| = 1$

التمرين الرابع(6.5 نقطة)

g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 + 2\ln x$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث: $0.52 < \alpha < 0.53$

3- استنتج من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -x + \dfrac{3 + 2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1- عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2-أ) أثبت من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ أن: $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- تحقق أن: $f(\alpha) = 2(\dfrac{1}{\alpha} - \alpha)$ ثم جد حصر $f(\alpha)$.

4-أ) أثبت أن المستقيم (Δ) معادلته: $y = -x$ مقارب لـ (C_f)، ثم ادرس الوضع لـ (Δ) مع (C_f)

ب) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T)يوازي المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

5-ارسم (T)، (Δ) و (C_f) نقبل أن $f(0.225) \simeq 0$ و $f(2.12) \simeq 0$

6-ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $3 + 2\ln x - mx = 0$