وزارة الدفاع الوطني | السنة الدراسية : 2020 - 2021
أركان الجيش الوطني الشعبي | البكالوريا التجريبي
دائرة الإستعمال و التحضير | المدة : 03 ساعات و نصف
مديرية مدارس أشبال الأمة

الشعبة: علوم تجريبية | **إختبار مادة الرياضيات** | **دورة 2021**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط : A ، B و C التي لواحقها على الترتيب :

$z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=i\,z_A$ و $z_C=\overline{z_A}$ ($\overline{z_A}$ هو مرافق z_A) .

1) أكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الجبري .

2) أ – حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : (E)..... $\dfrac{1+i-z}{-1+i-z}=2e^{i\pi}$.

ب – إستنتج أن النقطة A هي صورة B بواسطة تحاك h مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة z_Ω

(حيث : z_Ω هي حل المعادلة (E)) يطلب تعين نسبته ، ثم أكتب عبارته المركبة .

3) أ – جـد المركز و نصف القطر للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

ب – بين أن النقطة H ذات اللاحقة $z_H=-1+3i$ هي مركز الدائرة (C') صورة (C) بالتحاكي h ، ثم عين معادلة ديكارتية للدائرة (C') .

4) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا .

5) أ – عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z=z_C-k\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)$ مع k يمسح $\mathbb{R}^+$.

ب – عين (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\arg\left[\left(\dfrac{z_A-z}{z_B-z}\right)^2\right]=\pi+2k\pi$ مع $(k\in\mathbb{Z})$.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

يحتوي كيس غير شفاف على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، كل الكرات متماثلة و لا يمكن التمييز بينها عند اللمس .

1) نسحب من الكيس ثلاث كرات في آن واحد :

أحسب إحتمال كل حادثة من الأحداث التالية :

A : "الكرات المسحوبة كلها حمراء" ، B : "توجد كرة واحدة حمراء في السحب"

C : "توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب" ، D : "الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة مثنى مثنى" .

2) ننزع من الكيس الكرات البيضاء و نضع مكانها n كرة خضراء حيث : $(n\geq 2)$ ، ثم نسحب كرتين منه على التوالي و بدون إرجاع .

– نفرض أن سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة و سحب كرة خضراء يساوي $(+5)$ نقطة .

– ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع النقط المحصل عليها :

أ – أكتب قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب – عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة .

ج – كيف نختار عدد الكرات الخضراء حتى تكون اللعبة مربحة ؟ .

<u>التمرين الثالث:</u> (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{4}{u_n + 3} \end{cases}$.

1) عين قيم u_0 حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

2) فيما يلي نضع : $u_0 = 0$

أ– برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $0 \le u_n < 1$.

ب– أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة و أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) أ– بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $0 < 1 - u_{n+1} \le \frac{1}{3}(1-u_n)$.

ب– برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $0 < 1 - u_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

ج– إستنتج نهاية المتتالية (u_n) من جديد .

4) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

أ– بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب– عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج – أحسب بدلالة n المجموعين T_n و T'_n حيث :

$T_n = \dfrac{1}{u_0+2} + \dfrac{1}{u_1+2} + ... + \dfrac{1}{u_n+2}$ و $\ln(T'_n) = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

<u>التمرين الرابع:</u> (06 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 + (x-2)e^{-x+2}$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$ ، (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$.

1) أ – أحسب كلا من : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج – بين أن : $f(\alpha)=2\alpha+1+\dfrac{2}{\alpha-2}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

2) أ – أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته $y=2x-1$.

ب – أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

ج – بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تحديد معادلة له .

د – أحسب كلا من : $f(0)$ و $f(2)$ ، ثم أنشئ : (Δ) ، (T) و المنحني (C_f) .

3) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $2m-1-(x-1)e^{-x+2}=0$ حلين متمايزين .

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $h(x)=(x-1)e^{-x+1}$.

1) باستعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الأصلية H للدالة h على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم عند 0 .

2) ليكن λ عددا حقيقيا حيث : $\lambda>1$ ، $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=\lambda$ و $x=1$.

– أحسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ، ثم أحسب : $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وكرتين حمراوين (لا نفرق بينها عند اللمس).

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1) احسب احتمالات الأحداث التالية :

A : " سحب كرتين سوداوين وكرة حمراء ".

B : " سحب ثلاث كرات من نفس اللون ".

C : " سحب كرة بيضاء واحدة على الأقل " .

2) أ- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها.

- عين قيم المتغير العشوائي X.
- بين أن: $P(X=3)=\frac{24}{84}$ ثم استنتج $P(X=2)$ وعين قانون احتمال X.

ب -نقترح اللعبة التالية: يدفع اللاعب مبلغ $50DA$ قبل اجراء السحب. ويكسب $25DA$ لكل لون من الألوان المحصل عليها .

- هل اللعبة مربحة له ؟ .

التمرين الثاني:(04 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=x-\ln(x+1)$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $[0;+\infty[$.

2) استنتج أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$ فإن: $\ln(x+1)\leq x$.

II) نضع : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=u_n-\ln(1+u_n) \end{cases}$.(من أجل كل عدد طبيعي n).

1) احسب u_1 ، u_2.

2) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n\geq 0$.

3) أ - أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة واستنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن: $u_n\leq 1$.

ب - استنتج أن المتتالية (u_n)متقاربة وأحسب نهايتها .

التمرين الثالث:(05 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة(C) كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z)=z^3-8$.

1) تحقق أن : $(z-2)(z^2+2z+4)=z^3-8$.

2) استنتج كل حلول المعادلة : $z^3-8=0$ ..

II) نعتبر في المستوي المركب $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A ، B ، C ذات اللواحق : $z_A=-1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2$ على الترتيب .

1) اكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي.

2) استنتج أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة .(يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها).

3) بين أن: $z_A^{2017}=2^{2016}.z_A$ ، ثم استنتج ما يلي : $\left(z_A{}^{2017}+z_B{}^{2017}+z_C{}^{2017}\right)$.

4) اكتب العدد المركب $L=\dfrac{z_B-z_A}{z_A-z_C}$ على الشكل الجبري ثم الأسي .

5) أ – اعط تفسيرا هندسيا لطويلته وعمدته .

ب – استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـالعبارة : $h(x)=e^x-x+2$.

1) ادرس تغيرات الدالة h .

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x-x-1\geq 0$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f\left(x\right)=e^{-x}\left(x-1\right)+x+1$.

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن : $f'\left(x\right)=e^{-x}.h\left(x\right)$.

2) ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة: $f\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

4) أثبت أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا (Δ). عين معادلة له.

5) ادرس الوضع النسبي لــ $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (Δ).

6) برهن أن $\left(C_f\right)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياها.

III) ليكن $\left(T_a\right)$ مستقيم معادلته: $y=x+a$ حيث: $a\in\mathbb{R}$.

1) عين a حتى يكون $\left(T_a\right)$ مماسا لــ $\left(C_f\right)$ في نقطة يطلب تعيين احداثييها .

2) احسب $f\left(-1\right)$ ، $f\left(0\right)$ ثم أنشئ كلا من (Δ) ، $\left(T_a\right)$ و $\left(C_f\right)$.

3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^x-x+1=0$.

إنتهى الموضوع الثاني