متقن الرائد مقراني السعيد+ثانوية احمد الكفيف   الإختبار التجريبي في   القسم : 3تقني

العام الدراسي :2020 /2021   مادة الرياضيات   المدة:4سا ونصف

الموضوع -1-

التمرين 1: (4ن)

كيس به 3 كريات بيضاء مرقمة 2,2,3 وكريتان صفزوان مرقمة 2,2

و 5كريات حمراء مرقمة3,3,2,2,2 نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد.

1) أحسب احتمال الحوادث الآتية :

A" الكريات من نفس اللون

B "الكريات من نفس الرقم "

C" الكريات من نفس اللون ونفس الرقم"

D" الكريات من نفس اللون أو نفس الرقم"

2) ليكن المتغير العشوائي Xالذي يرفق بكل سحبة القاسم المشترك الأكبر للارقام المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ب) عين قانون احتماله ثم احسب أمله الرياضياتي.

3) نسحب الآن على التوالي بارجاع3 كريات.

بين أن احتمال الحصول على كريتين بيضاوين بالضبط هو189 , 0.

التمرين2: (5ن)

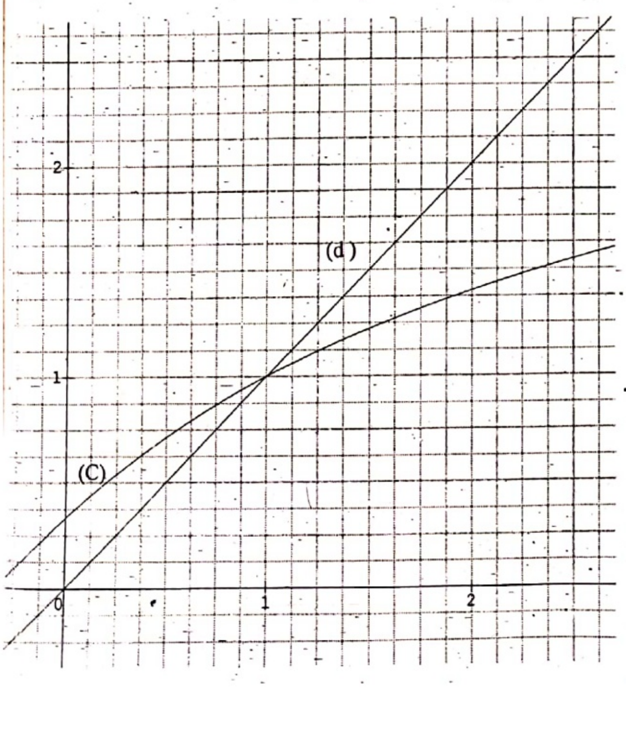
f دالة معرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{3x+1}{x+3}$

يعطى (C)التمثيل البياني للدالة f و (d) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الشكل)

(V_n)و(U_n) متتاليتين معرفتين على $\mathbb{N}$بـ : $\begin{cases} U_0=\frac{1}{2} \\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases}$ $\begin{cases} V_0=2 \\ V_{n+1}=f(V_n) \end{cases}$

1)اعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود $V_2, V_1, V_0, U_2, U_1 U_0$ مع تخمين

اتجاه تغير و تقارب كلا من المتتاليتين (V_n)و(U_n)



2) ا) بين أن fمتزايدة تماما على المجال $[0,+\infty[$.

ب) برهن من اجل كل nمن$\mathbb{N}$: $\frac{1}{2}\leq U_n<1$ و $1<V_n\leq 2$.

ج) ادرس اتجاه تغير المتتاليتان (V_n)و(U_n) .

3) ا) اثبت من اجل كل nمن$\mathbb{N}$: $V_{n+1}-U_{n+1}=\frac{8(V_n-U_n)}{(V_n+3)(U_n+3)}$.

ب) استنتج من اجل كل nمن$\mathbb{N}$: $V_{n+1}-U_{n+1}\leq\frac{4}{7}(V_n-U_n)$.

ج) اثبت من اجل كل nمن$\mathbb{N}$: $0<V_n-U_n\leq\left(\frac{4}{7}\right)^n\left(\frac{3}{2}\right)$

د) استنتج $lim(V_n-U_n)$.

التمرين 3: (4ن)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) .... $5x - 9y = 19$

1) ا) بين أن المعادلة (1) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) بين أنه إذا كان $(x\,;y)$ حلا للمعادلة (1) فإن: $x \equiv 2[9]$ ثم استنتج حلول المعادلة (1) .

2) عين الثنائيات (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (1) بحيث : $x + y \equiv 3[9]$.

3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 7^n على 9.

4) لتكن الثنائية (x,y) من $\mathbb{N}^2$ حلا للمعادلة (1)

أ) أوجد القيم الممكنة لـ $pgcd(x\,;y)$.

ب) استنتج الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}^2$ حتى يكون x اولي مع y .

5) عين الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}^2$ حلول المعادلة (1) بحيث : $7^x + 7^y \equiv 2[9]$.

التمرين 4: (7ن)

الجزء 1: g دالة معرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - lnx$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

2) ا) ادرس إشارة $g(x)$ على المجال $]0\,;+\infty[$.

ب) استنتج من اجل كل $x > 0$: $ln\left(\frac{x}{2}\right) \le \frac{x}{2} - 1$

الجزء2:

f دالة معرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ: لما $x > 0$: $f(x) = -x^2 + 2 + 2xlnx$ و $f(0) = 2$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد متجانس $(O\,;I\,;J)$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب) بين أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)-2}{x} = -\infty$ ماذا تستنتج ؟فسر هندسيا النتيجة ؟

ج) بين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

2) ا) بين من اجل كل $x > 0$: $f'(x) = -2g(x)$

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f. مستنتجا ان (C) يقبل نقطة انعطاف $A(1\,;1)$.

3) ا) بين أن معادلة المماس (T) لـ (C) عند النقطة فاصلتها 2 هي : $y = -2(1 - ln2)x + 2$.

ب) تحقق من اجل كل $x > 0$ ان: $f(x) + 2(1 - ln2)x - 2 = 2x\left[-\frac{x}{2} + 1 + ln\left(\frac{x}{2}\right)\right]$

واستنتج الوضع النسبي للمنحني (C) و المماس (T).

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $2{,}7 < \alpha < 2{,}8$ ثم أنشئ (C) و المماس (T).

5) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x \neq 0$ لما $h(x) = x^2 - 2 - |x|\,lnx^2$ و $h(0) = 2$

ا) بين أن الدالة h زوجية ..

ب) أنشئ التمثيل البياني للدالة h اعتمادا على (C) في نفس المعلم . " انتهى الموضوع -1-

الموضوع -2-

التمرين 1: (4ن)

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(Z^2-2Z+2)(\sqrt{2}Z-2i)=0$

2) نعتبر في المستوي المنسوب لمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A, B, C, D لواحقها :

$Z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$; $Z_B=\overline{Z_A}$; $Z_C=\sqrt{2}\,i$; $Z_D=\frac{-\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ ولتكن النقطة L نظيرة C بالنسبة لـ O

ا) تحقق ان $Z_L=-\sqrt{2}$

ب) احسب كلا من $|Z_B|$, $|Z_C|$, $|Z_L|$ مستنتجا ان النقط A, B, C, L تنتمي لنفس الدائرة يطلب مركزها ونصف قطر

3) ا) بين أن $\frac{Z_A-Z_L}{Z_B-Z_L}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$

ب) استنتج انه يوجد تحويل نقطي f يحول B الى A مركزه L يطلب عناصره المميزة .

ج) حدد عندئذ طبيعة المثلث ABL.

د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $\left(\frac{\sqrt{2}Z_D}{Z_C}\right)^n=i$

التمرين 2:(5ن)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5x-6y=3$ ………………… (1)

1) أ) أوجد الحل الخاص (x_0,y_0) من $\mathbb{Z}^2$ للمعادلة (1) حيث: $x_0-y_0=1$

ب) حل عندئذ المعادلة (1) .

ج) استنتج العدد الصحيح a حيث $\begin{cases} a\equiv -1[6] \\ a\equiv -4[5] \end{cases}$ ثم عين باقي قسمة a على 30 .

2) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 9.

ب) بين أنه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) فإن : $1442^{x-1}-2^{6y}+3\times 2^{2021}$ مضاعف لـ 9

3) ليكن العددان الطبيعيان A و B يكتب في النظام ذي الأساس 3 $A=\overline{1\alpha0\alpha00}$ و B يكتب في النظام ذي الأساس 5 $B=\overline{\alpha\beta0\alpha}$

ا) عين قيم α و β حتى تكون الثنائية $(A;B)$ حلا للمعادلة (1) ثم استنتج الثنائيات (β,α) حلول للمعادلة (1)

ب) اكتب عندئذ A و B في نظام التعداد العشري.

التمرين 3: (ن)

(U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها الأول $U_1 = \frac{1}{a}$ و $U_{n+1} = \frac{n+1}{an}U_n$ حيث : $a \in [2;+\infty[$

1) ا) برهن من اجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $U_n > 0$.

ب) بين (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$ مستنتجا انها متقاربة .

2) نعتبر (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $V_n = \frac{1}{an}U_n$

ا)بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ يطلب حدها الأول بدلالة a .

ب) أكتب U_n بدلالة n و a ثم تحقق ان $U_n = \frac{n}{e^{n\ln a}}$ واحسب نهاية U_n.

ج) احسب بدلالة n و a المجموع : $S_n = U_1 + \frac{1}{2}U_2 + \frac{1}{3}U_3 \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{n}U_n$

د) عين قيمة a حتى يكون : $\lim S_n = \frac{1}{2020}$.

التمرين 4: (ن)

الجزء 1: g دالة معرفة على $\Re$ بـ: $g(x) = e^{-x} - x + 1$

1)أحسب النهايات عند $+\infty$, و $-\infty$ للدالة g

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $1,2 < \alpha < 1,3$.

4) حدد إشارة $g(x)$ و استنتج إشارة $g(-x)$ على المجالين $]-\infty,-\alpha]$ و $[-\alpha,+\infty[$.

الجزء 2:

f دالة معرفة على $\Re$ بـ: $f(x) = \frac{xe^x}{e^x+1}$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد متجانس $(O;I;J)$. (الوحدة $4cm$) .

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) تحقق من اجل كل x من $\Re$: $f'(x) = \frac{e^x g(-x)}{(e^x+1)^2}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ وانجز جدول التغيرات .

3) بين ان $f(-\alpha) = 1 - \alpha$ ثم استنتج حصرا $f(-\alpha)$.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند المبدأ ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و المماس (T).

5)بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب لـ (C) بجوار $(+\infty)$

6) أنشئ (C) و المستقيمين (d) و (T) .

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{e^x+1} = m$.

انتهى الموضوع -2-