الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية حمام دباغ متعددة الاختصاصات — يوم : 2014/03/17

المستوى : الثالثة علوم تجريبية — المدة : ساعتان

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $\mathrm{p}(z)$ للمتغير z : $\mathrm{p}(z)=z^3-4z^2+6z-4$

1/ أ. بين أن $\mathrm{p}(z)$ لا يقبل حلا تخيليا صرفا.

ب. عين الأعداد الحقيقية $b\,;a$ حيث: $\mathrm{p}(z)=(z-2)(z^2+az+b)$

ج. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\mathrm{p}(z)=0$

2/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، الوحدة $\|\vec{i}\|=2cm$. نعتبر النقط C,B,A التي لواحقها على الترتيب : $z_A=2\,,z_B=1-i\,,z_C=1+i$

أ. أكتب $z_C\,,z_B$ على الشكل الأسي.

ب. أكتب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .(مثل ذلك بيانيا).

ج. أحسب العدد المركب L المعرف ب: $L=\left(\dfrac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1434}-\sqrt{2}\left(\dfrac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2013}$

3/ ليكن R دوران مركزه النقطة A و يحول النقطة B إلى C .

أ. أكتب العبارة المركبة للدوران R ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R .

ب. (ϕ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ، الدائرة (ϕ') صورتها بالدوران R .

* أنشىء بعناية كلا من الدائرتين (ϕ) و (ϕ').

4/ لتكن M نقطة من الدائرة (ϕ) لاحقتها z تختلف عن النقطة C والنقطة M' لاحقتها z' حيث: $R(M)=M'$

أ. بين أن معادلة الدائرة (ϕ) تكتب على الشكل : $z=1+e^{i\theta}$ من أجل $\theta\neq\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ ، $(k\in\mathbb{Z})$

ب. عبر عن z' بدلالة θ .

ج. أثبت أن $\dfrac{z'-z_C}{z-z_C}=\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$ ، فسر النتيجة هندسيا .

التمرين الثاني:

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1,2,-1)$ ، $B(-3,-2,3)$ ، $C(0,-2,-3)$ و الشعاع $\vec{n}(2,-1,1)$

1/ أ. بين أن النقط A ، B ، C تعين مستوي.

ب. تحقق أن الشعاع $\vec{n}$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2/ ليكن المستوي (P) ذو المعادلة: $x+y-z+2=0$.

- بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

3/ لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-1);(C,2)\}$.

أ. بين أن المستقيم (CG) عمودي على المستوي (P).

ب. أوجد إحداثيات H نقطة تقاطع المستوي (P) و المستقيم (CG).

4/ أ. عين (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$

ب. عين الطبيعة و العناصر المميزة لتقاطع المستوي (P) و المجموعة (Γ).

التمرين الثالث:

I. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي:

$g(x)=1+\dfrac{a+b\ln(x+1)}{(x+1)}$ حيث $b\,;a$ عددان حقيقيان.

- عين العددان الحقيقيان $b\,;a$ بحيث المنحنى (C_g) يقبل في النقطة $A(0,2)$ مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

II. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+\dfrac{1+\ln(x+1)}{(x+1)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1/ أ. أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

ب. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج. أنشىء المنحنى (C_f).

2/ h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x)=f\left(x^2-1\right)$

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. أعط تغيرات الدالة h على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيرا تها على $\mathbb{R}^*$ (يمكن استعمال تركيب الدوال)

3/ P الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $p(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$.

و ليكن (C_P) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ. بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_P).

ب. أنشىء (C_P) في نفس المعلم السابق.