الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: أفلح عبد الوهاب – تيارت - **السنة الدراسية:** 2016 / 2015

الشعبة: الثالثة علوم تجريبية **المــــــــدة:** 3 ساعات ونصف

إمتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $Z_A=4+2i$ ، $Z_B=3-i$

❶ أ) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{Z_B-Z_A}{Z_B}$.

ب) إستنتج طبيعة المثلث ABO .

❷ نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' لاحقتها Z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $Z'=-iZ+1+3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ج) عيّن Z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

د) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

هـ) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها Z حيث: $|Z-4-2i|=|Z|$.

❸ أ) من أجل $Z\neq 2+i$ ، نضع: $L=\frac{Z'-2-i}{Z-2-i}$. بيّن أنّ: $L=-i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا .

ج) بيّن أنّ: $(Z'-2-i)^2+(Z-2-i)^2=0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x;y;z)$ حيث: $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$

❶ بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها .

❷ نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة: $2x-2y+z-2=0$

❸احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

❹ أ) جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

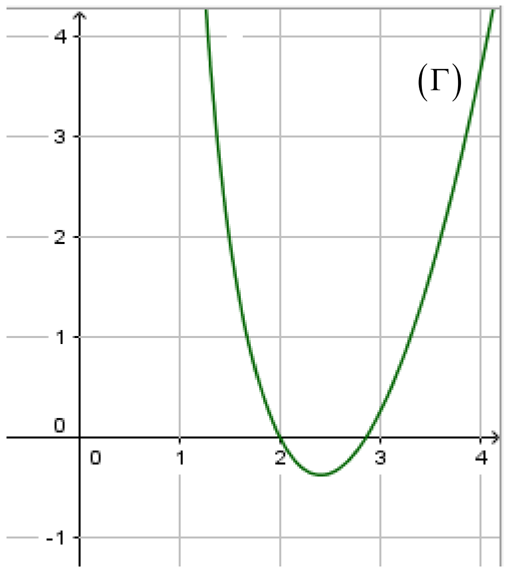
ج) تحقق ان النقطة $F\left(-1;1;\frac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q) .

د) استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الجزء I : لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .



❶ بقراءة بيانية للمنحنى (Γ)، عيّن عدد حلول المعادلة : $g(x)=0$.

❷ أحسب $g(2)$ ، ثم بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث : $2{,}87<\alpha<2{,}88$.

❸ إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

الجزء II : لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $f(x)=x-3+\frac{4\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}1} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيًا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

❷ أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❸ أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

❹ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha)=3{,}9$)

أ) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) وسطح كرة (S)

ب) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

❸ نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة: $2mx+(1-2m)y+mz+1-2m=0$ حيث m عدد حقيقي .

أ) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.

➢ بيّن أن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m) .

ب) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S)

ج) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$.

❶ أ) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

❷ أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

❸ لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

❹ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❺ أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

❻ بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $-3,5\prec\alpha\prec-3$ و $0,5\prec\beta\prec1$.

❼ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

❽ h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم لدينا: $h(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

ب) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

❶ حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(Z+1)(Z^2-4Z+7)=0$

نرمز بـ $Z_1;Z_2;Z_3$ لحلول هذه المعادلة حيث: Z_1 حقيقي ، $\mathrm{Im}(Z_2)\succ0$ ، Z_3 للحل الاخر .

❷ المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $A;B;C;D$ و G نقط من المستوي

لواحقها: $Z_1;Z_2;Z_3;Z_4;Z_5$ على الترتيب ، حيث $Z_4=-3i\sqrt{3}$; $Z_5=Z_1+Z_2+Z_3$

أ) أوجد قيسا للزاوية $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CG})$ ثم استنتج طبيعة المثلث GAC.

ب) عين الطبيعة و العناصر المميزة للتجويل S الذي مركزه C و يحول النقطة G الى A.

ج) أوجد عمدة للعدد المركب $\frac{Z_4-Z_3}{Z_5-Z_3}$.فسر ذلك هندسيا .

د) استنتج طبيعة التحويل الذي مركزه C و يحول النقطة G الى D .

❸ لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})\cdot\overrightarrow{CG}=12$ (1)……

أ) بين أن G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;-1);(B;2);(C;2)\}$

ب) بين أن العلاقة (1) تعني : $\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{CG}=-4$ (2)……

ج) تحقق من أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (E)

د) بين أن العلاقة (2) تعني : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CG}=0$. استنتج طبيعة (E)

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(3;4;0)$; $B(0;5;0)$; $C(0;0;5)$; $D(-2;-6;5)$; $E(-4;0;-3)$ والشعاع $\vec{n}(1;3;3)$

❶ بين أن النقط C,B,A تعيّن مستو (ABC) ،تأكد أن $\vec{n}$ شعاعه الناظمي ثم اكتب معادلة ديكارتية له

❷ أ) برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب) عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI=\frac{3\sqrt{10}}{2}$.

ج) بين أن $\overrightarrow{OC}$ عمودي على المستوي (AOB)

د) استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$