

التمرين الأول: (4 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ $u_0 = 1$ و من أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{4}{4-u_n}$

- (1) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $u_n < 2$
ب - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.
ج - إذا كانت $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = l$ حيث $(l \in R)$ فبين أن العدد l يحقق $(l-2)^2 = 0$ ثم اوجد قيمة l .
- (2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ: $v_n(u_n - 2) = 1$
أ - بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{-1}{2}$ و يطلب حساب حدها الأول v_0 .
ب - اوجد بدلالة n عبارة كل من u_n و v_n .

(3) اوجد بدلالة n المجموع: $s_n = \frac{1}{e^{2v_0}} + \frac{1}{e^{2v_1}} + \dots + \frac{1}{e^{2v_n}}$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

- اراد الأستاذ الرئيسي لقسم 3 علوم تجريبية اختيار لجنة مسؤولة عن هذا القسم تنظم ثلاث تلاميذ.
- القسم يتكون من 24 تلميذ منهم 8 داخليين و 10 خارجيين و 6 نصف داخليين.
- (1) ما هو احتمال أن تنظم اللجنة الداخليين فقط؟
 - (2) ما هو احتمال أن تنظم اللجنة تلميذا داخليا على الأكثر؟
 - (3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد التلاميذ الداخليين.
أ - ما هي قيم المتغير العشوائي X ؟
ب - عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.
 - (4) في الفصل الثاني انضم تلميذ جديد إلى القسم و تم تسجيله في النظام الداخلي.
- احسب $P(X=2)$ مع X هو نفس المتغير العشوائي السابق.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى M من $(O; \vec{i}; \vec{j})$ النقطتين A و B حيث: $z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}$ و $z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ (1) أ - اكتب العدد المركب z_B على الشكل الأسّي.

ب - صورة C بالدوران r الذي مركزه المبدأ وزاويته $\theta = \frac{2\pi}{3}$. بين أن: $z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$

(2) أ - اكتب العدد $1 - z_A$ على الشكل الأسّي ثم بين أن: $\frac{2z_C}{1 - z_A} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

ب - عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{2z_C}{1 - z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا.

(3) أ - عين z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة D بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته 2 حيث $z_D = \overline{z_C}$

ب - عين المجموعة (E) للنقط $M(Z)$ التي تحقق: $|z - z_A| = |\overline{z} - \overline{z_E}|$

التمرين الرابع: (8 نقاط)

(I) $g(x) = e^x + 2 - x$ دالة معرفة على R ب: (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (دون حساب النهايات)

(2) استنتج أنه من أجل x من R : $g(x) > 0$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على R ب: $f(x) = x + (x - 1)e^{-x}$

(1) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب - بين أنه من أجل كل x من R : $f'(x) = e^{-x} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في R حلا وحيدا α ثم تحقق أن: $0 < \alpha < 0,5$.

(3) بين أن النقطة ذات الفاصلة 3 هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

(4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(5) أ - ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ب - احسب $f(0)$ ثم انشئ (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) h دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = \ln x - \frac{1 - \ln x}{x}$

أ - بين أنه من أجل كل x من R : $h(x) = f(\ln x)$

ب - حل في $]0; +\infty[$ المعادلة $h(x) = 0$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

بالتوفيق