

التمرين الأول: (05 نقاط) .

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$A(0, -1, -1)$; $B(2, -2, 0)$; $C(3, 0, 0)$ ثلاث نقط و $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ شعاع من الفضاء

1- حدد طبيعة المثلث ABC .

2- أ/ أحسب الجذائين السلميين: $\vec{n} \cdot \overrightarrow{BA}$ و $\vec{n} \cdot \overrightarrow{CB}$ ، ماذا تستنتج؟

ب/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3- أ/ بين أن المستوي (P) الذي معادلته الديكارتية $2x - y + z - 3 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.

ب/ (P') مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $MC = MB$.

- بين أن (P') مستوي ، $2x + 4y - 1 = 0$ معادلة ديكارتية له .

4- $D \left(\frac{1}{2}, 0, 2 \right)$; $E \left(\frac{5}{2}, -1, -3 \right)$ ، نقطتان من الفضاء .

أ/ أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب/ تحقق أن النقطة D من المستويين (P) و (P') .

ج/ أحسب الأطوال: EC, EB, EA .

د/ استنتج أن المستويين (P) و (P') يتقاطعان وفق المستقيم (DE) .

5- أ/ أدرس تقاطع المستويات (ABC) , (P) و (P') .

ب/ استنتج إحداثيات مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

التمرين الثاني: (03,5 نقاط) .

1- دالة معرفة على المجال $[0, 2]$ كما يلي: $f(x) = -x^2 + 2x$.

- أدرس اتجاه تغير الدالة f .

2- (U_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = \frac{1}{8}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} = -u_n^2 + 2u_n$.

أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$.

(2) بين أن المتتالية (U_n) متزايدة ، ماذا تستنتج؟

ب/ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي: $v_n = 1 - u_n$.

(1) بين أنه من أجل كل طبيعي n : $v_{n+1} = (v_n)^2$.

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$.

(3) أحسب نهاية u_n لما n يؤول إلى $+\infty$.

التمرين الثالث: (04,5 ن).

- 1- حل في C المعادلة: $Z^3 - 4Z^2 + 8Z - 8 = 0$ ، لاحظ أن 2 يحقق المعادلة.
- 2- نزود المستوي إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ و $\|\vec{i}\| = 2cm$.
نعتبر النقط A ; B ; C ذات اللواحق $Z_A = 2$; $Z_B = 1 + i\sqrt{3}$; $Z_C = 1 - i\sqrt{3}$ على الترتيب.
أ/ علم النقط A ; B ; C .
ب/ أكتب على الشكل الأسّي كل من الأعداد التالية: Z_B ; Z_C ; $\frac{Z_B}{Z_C}$.
- 3- (Γ) ، (Γ') مجموعتا النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث: $\frac{Z-Z_B}{Z-Z_C}$ عدد تخيلي صرف و جزؤه التخيلي موجب تماما ، $\frac{iZ-iZ_B}{Z-Z_C}$ عدد حقيقي موجب تماما .
- حدد طبيعة المجموعة $(\Gamma) \cup (\Gamma')$ ، ثم أنشئها.
- 4- نرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة Z النقطة ' ذات اللاحقة Z' حيث: $Z' = \frac{Z_A \bar{Z} - Z_C}{\bar{Z} - Z_C}$.
أ/ حدد طبيعة () مجموعة النقط M حيث: $(Z - Z_B)(\bar{Z} - Z_C) = 1$.
ب/ تحقق أن: $Z' = Z_A + \frac{C}{\bar{Z} - Z_C}$.
ج/ بين أنه لما تمسح النقطة M المجموعة () فإن M' تمسح دائرة يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها .

التمرين الرابع: (07 ن).

- I نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = \ln x - x + 1$.
1- أدرس اتجاه تغير الدالة h .
2- أحسب $h(1)$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $\ln x \leq x - 1$.
- II n عدد طبيعي غير معدوم .
1- نعتبر الدالة g_n المعرفة على R بـ: $g_n(x) = (1+x)e^x - n$.
أ/ أحسب نهايتي g_n عند $-\infty$; $+\infty$.
ب/ أدرس اتجاه تغير g_n ، ثم شكل جدول تغيراتها .
ج/ بين حسب قيم n أن المعادلة: $g_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α_n معدوما أو من المجال $]0; \ln n[$.
د/ حدد إشارة $g_n(x)$ على R .
2- أ/ حدد إشارة $g_n(\ln \sqrt{n})$ " يمكن استعمال السؤال I-2 " .
ب/ بين أن: $\frac{1}{2} \ln n \leq \alpha_n$ ، ماهي نهاية المتتاليتين المعرفتين بعبارتي α_n و $\frac{\alpha_n}{n}$.
- 3- نعتبر الدالة f_n المعرفة على R بـ: $f_n(x) = xe^x - nx$ ، (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ و $\|\vec{i}\| = 10cm$.
أ/ أحسب نهايتي f_n عند $-\infty$; $+\infty$.
ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة f_n ، ثم شكل جدول تغيراتها .
ت/ بين: $f_n(\alpha_n) = \frac{-n\alpha_n}{1+\alpha_n}$.
ث/ بين (C_n) يقبل مستقيم مقارب مائل (D_n) عند $-\infty$ يطلب تعيينه .
ج/ أوجد إحداثيي نقطتي تقاطع (C_n) مع حامل محور الفواصل .
ح/ أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_n) و (C_{n-1}) .
خ/ بين أن: $0,35 \leq \alpha_2 \leq 0,40$.
د/ أنشئ في نفس المعلم (C_1) و (C_2) ، نضع: $-0,5 \leq f_2(\alpha_2) \leq -0,7$.