

التمرين الاول :

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ: $u_0 = \frac{1}{5}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1}$.

$$1. \text{ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$$

$$2. \text{ (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : 0 < u_n < \frac{1}{2}$$

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n + 1}$ ثم بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة ، برر تقاربها .

$$3. \text{ نضع من أجل كل عدد طبيعي } n : v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n + 1}$$

(أ) اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 6$ يطلب تعيين حدها الاول

(ب) أحسب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$ ، أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$4. \text{ احسب المجموع } S_n \text{ بدلالة } n \text{ حيث : } S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$$

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق U_1 علي 4كرات : كرتين حمراوتين و كرتين بيضاوتين

و يحتوي صندوق U_2 علي 5 كرات : ثلاثة حمراء و كرتين بيضاوتين

(كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها أثناء اللمس)

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 نسجل لونها و نضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب من الصندوق U_2 كرتان علي التوالي دون ارجاع.

RR

R

RB

BB

RR

B

RB

BB

1. انقل ثم اكمل شجرة الاحتمال الموضحة في الشكل .

2. احسب احتمال الحوادث التالية :

A احتمال سحب ثلاث كرات حمراء

C احتمال سحب كرتان حمراوتان و كرة بيضاء

3. احتمال سحب كرة بيضاء من الصندوق U_1 علما اننا سجلنا سحب كرتان حمراوتان و كرة بيضاء.

4. عند سحب كرة بيضاء نربح نقطتين وعند سحب كرة حمراء نخسر نقطة

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقاط المحصل عليها

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب امله الرياضي

التمرين الثالث:

I) نعتبر في C كثير الحدود $P(z)$ المعرف بـ: $P(z) = z^3 + (2\sqrt{2} - 4)z^2 + (8 - 8\sqrt{2})z + 16\sqrt{2}$.

1. احسب $P(-2\sqrt{2})$ ماذا تستنتج؟

2. بين أن من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z + 2\sqrt{2})(z^2 - 4z + 8)$.

3. حل في المعادلة $P(z) = 0$.

II) المستوي منسوب الي معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط A, B, C التي لواحقتها

على الترتيب $z_A = 2 + 2i$ ، $z_B = 2 - 2i$ ، $z_C = -2\sqrt{2}$.

1. علم النقط A, B, C .

2. اكتب كل من z_A, z_B, z_C علي الشكل الاسي، ثم استنتج ان النقط A, B, C تنتمي الي الدائرة (E) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

3. بين أن $K \in \mathbb{Z}$ حيث $(\vec{OB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{2} + 2K\pi$

4. أ) عين z_D لاحقة النقط D حيث النقط O منتصف القطعة $[BD]$

ت) بين أن: $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج وجود تحويل نقطي يحول النقط D الي النقط B يطلب تعيين عناصره المميزة.

ث) استنتج طبيعة المثلث ABD .

5. لتكن (E') مجموعة نقط M ذات الاحقة z حيث: $z = 2\sqrt{2}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي.

أ) تحقق أن النقط D تنتمي الي المجموعة (E') .

ب) عين طبيعة مجموعة النقط (E') .

بالتوفيق