# الإختبار الثاني في الرياضيات

**التمرين الأول :** يحتوي صندوق على 8 كرات متماثلة منها $n$ كرة حمراء و البقية خضراء اللون

حيث $n$ عدد طبيعي و $2 \leq n \leq 6$ ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد

① أحسب بدلالة $n$ كـــلا من : **أ-** الإحتمال $P_1$ للحصول على كرتين من لونين مختلفين

**ب-** الإحتمال $P_2$ للحصول على كرتين من نفس اللون

② عين قيمة $n$ حتى يكون $P_2$ أصغريا ، ثم أحســبه

③ نأخذ $n = 4$ وليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي $3^K$ حيث K هو عدد الكرات الحمراء المسحوبة

- عين قيم $X$ ، و حدّد قانون إحتماله
- إستنتج قانون إحتمال $X^2$ ثم أحسب $E(X^2)$ و $P(C_5^X = 10)$

**التمرين الثاني : I - 1/** برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ :

$$1+a+a^2+\cdots+a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \quad / \quad a \neq 1$$

2/ عين العدد الطبيعي $n$ بحيث : $1+2+2^2+\cdots+2^n = 65535$

3 / X ، Y ، Z حدود متعاقبة في متتالية حسابية متزايدة

**أ-** أثبت أن : $2^X$ ، $2^Y$ ، $2^Z$ هي حدود متعاقبة في متتالية هندسية أساسها أكبر من 1

**ب-** عين الأعداد X ، Y ، Z حيث : $\begin{cases} X+Y+Z=9 \\ 2^X+2^Y+2^Z=42 \end{cases}$

**II-** نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $u_n = \int_{n-1}^{n} 2^{-x}\,dx$ ( تذكر : $2^{-x} = e^{-x\ln 2}$ )

**1-** برهن أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم $n$ : $u_n > 0$

**2-** أحسب $u_n$ بدلالة $n$ ، ثم بيّن أن $(u_n)$ متتالية هندسية

**3-** نضع : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

✶- برهن أن : $S_n = \int_0^n 2^{-x}\,dx$ ، ثم أحسب $S_n$ بدلالة $n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

**التمرين الثالث :** ❶ g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - x + e^x$

1- أدرس تغيرات g

2 - إستنتج اشارة $g(-x)$ و $\acute{g}(-x)$ على $\mathbb{R}$

3 - تحقق أنه مهما كان العدد الحقيقي $x$ فإن : $1 + (x+1)e^x > 0$

4 - أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_g)$ ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$

❷ $f$ الدالة العددية المعرفة كمايلي : $f(x) = \ln(e^{-x} + x + 1)$

**أ-** برّر أن $f$ معرفة على $\mathbb{R}$

**ب-** أدرس تغيرات $f$ ، ( لاحظ أن : $\acute{f}(x) = \frac{-\acute{g}(-x)}{g(-x)}$ )

**ج-** أثبت أن : $f(x) = -x + \ln[(x+1)e^x + 1]$

**د-** بين أن : $\lim\limits_{x \to -\infty} (x + f(x)) = 0$

**هـ-** إستنتج أن المنحني $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ بجوار $-\infty$

**و-** أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

**ي-** أكتب معادلة للمماس $(T)$ الموازي للمستقيم $(\Delta)$

❸ نضع من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما : $h(x) = \ln x$

**1/** أثبت أنه من أجل $x > 0$ لدينا : $f(x) > h(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

**2/** أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - h(x))$ ، ماذا تستنتج ؟

**3/** أنشئ كلا من $(T)$ و $(\Delta)$ و $(C_f)$ و $(C_h)$

**4/** ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد واشارات حلول المعادلة :

$$f(x) = -x + 1 - 2m$$

بالتوفيق و النجاح

BAC2022BAC2022BAC2022B