

التمرين الأول : (04 ن)

(u_n) المتتالية المعرفة على $\square$ بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن اجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

(1) أ) تحقق ان من اجل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n + 3}$

ب) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي n : $-1 < u_n \leq 0$

ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج انها متقاربة . ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

أ) بين ان (v_n) حسابية معيننا حدها الأول واساسها .

ب) اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{u_0 + 2}{u_0 + 1} + \frac{u_1 + 2}{u_1 + 1} + \frac{u_2 + 2}{u_2 + 1} + \dots + \frac{u_n + 2}{u_n + 1}$

التمرين الثاني : (06 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\square$ المعادلة ذات المجهول المركب z : $(z - 4)(z^2 - 4z + 8) = 0$.

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط A, B, C, D و E التي لواحقها على الترتيب : $z_A = 2 - 2i$ ، $z_B = 4$ ، $z_C = \overline{z_A}$ ، $z_D = -z_A$ و $z_E = -6 - 2i$.

أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ، ثم استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B

بتحويل نقطي S يطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة .

ب) تحقق أن النقطة D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; -2), (C; 2)\}$.

(3) (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|(1+i)z + 4| = 8$

أ) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة

ب) احسب مساحة (Γ) و استنتج مساحة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S .

ج) تحقق أن $S(D) = E$ ، ثم بيّن أن (Γ') هي الدائرة التي مركزها E ونصف قطرها AE

التمرين الثالث : (05 ن)

صندوق غير شفاف U_1 به اربع كريات تحمل الرقم 4 وثلاث كريات تحمل الرقم 3 وكريتان تحمل الرقم 2

وصندوق آخر U_2 غير شفاف به اربع كرييات بيضاء وكرييتان خضراوان واربع كرييات حمراء . الكرييات لانميز بينها باللمس .

- (1) نسحب عشوائيا على التوالي و بالارجاع ثلاث كرييات من الصندوق U_1
احسب احتمال الاحداث : A الكرييات المسحوبة من نفس الرقم
 B الكرييات المسحوبة من ارقام متمايضة مثنى مثنى
- (2) نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع اربع كرييات من الصندوق U_2
احسب احتمال الاحداث : E الكرييات المسحوبة من نفس اللون
 F الحصول على كريتين بيضاوين وكريية حمراء وكريية خضراء.
- (3) نسحب عشوائيا و في ان واحد كرييتان من الصندوق U_1 فاذا كانتا من نفس الرقم n نسحب و في ان واحد
 n كريية من الصندوق U_2 واذا كانتا من رقمين مختلفين a, b نسحب و في ان واحد n كريية من الصندوق
 U_2 حيث n هو اصغر الرقمين a و b .
- احسب احتمال الحدثين : H الحصول على اربع كرييات حمراء
 L الحصول على كرييتين بيضاوين وكريية حمراء

التمرين الرابع: (05 ن)

- I) نعتبر الدالة h المعرفة على $\square$ بـ : $h(x) = e^x(1-x) + 1$
(1) أحسب نهاية الدالة h عند $+\infty$ ثم عند $-\infty$
(2) أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها
(3) بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1, 2; 1, 3]$ و إستنتج إشارة $h(x)$ على $\square$
- II) لتكن الدالة f المعرفة على $\square$ بـ : $f(x) = \frac{x}{e^x + 1} + 2$
(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. فسر النتيجة الأخيرة بيانيا .
(2) بين أن لـ $f'(x)$ و $h(x)$ نفس الإشارة ، واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
(3) أ) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة : $y = x + 2$ مقارب مائل للمنحني (C)
ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C) والمستقيم (d)
(4) بين أنه يوجد عددين طبيعيين p و q بحيث : $f(\alpha) = p\alpha + q$ ثم إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
(5) أنشئ كل من (d) و (C) .

انتهى الموضوع.