اختبار الفصل الثاني في مادة : الرياضيات **المدة :ساعتان**

التمرين الأول : (6نقاط)

1) نعتبر المجموعة E حيث : $E=\{2;3;5;7\}$.عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال أرقام المجموعة E و المكونة من ثلاث أرقام هي :

أ) 12 ب) 64 ج) 81

2) في إحدى الـ قاطعات الإدارية 4 ثانويات A ، B ، C و D .عدد الطرق التي يمكن تنظيم بها مسابقة بين الثانويات (كل لقاء يجمع ثانويتين) هي :

أ) 6 ب) 12 ج) 24

3) تحوي علبة على 3 بطاقات بيضاء و بطاقتين سوداوين و 3 بطاقات صفراء . نسحب من العلبة عشوائيا ثلاث بطاقات في أن واحد (البطاقات لا نميز بينها عند اللمس) . X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد البطاقات السوداء المسحوبة قيم المتغير العشوائي X هي :

أ) $X\in\{1;2;3\}$ ب) $X\in\{0;1;2\}$ ج) $X\in\{0;1;3\}$

4) تتكون جمعية رياضية من 27 تلميذا (15 ذكرا و 12 بنتا) . نريد تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائب له و أمين.
عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث الرئيس (ذكر) أو النائب (أنثى) هو :

أ) 390 ب) 17550 ج) 4500

التمرين الثاني : (6 نقاط)

الشكل المعطى في الوثيقة المرفقة هوالتمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ : $f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$.و (D) المستقيم ذو المعادلة : $y=x$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج انه : إذا كان : $x\succ 1$ فان: $f(x)\succ 1$.

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=4$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) باستعمال التمثيل البياني (C) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل مـ ر الفواصل دون حسابها .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

3) أ) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n\succ 1$.

ب)ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)ثم استنتج أنها متقاربة.

4) نعتبر المتتاليتين (v_n) و (w_n) المعرفتين بـ : من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=1-\frac{1}{u_n}$ و $w_n=\ln(v_n)$

أ) برهن أن (w_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) اكتب عبارة w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n.

ج) بين أن : $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{e^{n\ln 2}}}$.ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

5) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=v_0\times v_1\times\ldots\times v_n$ ثم استنتج بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=w_0+w_1+\ldots+w_n$.

التمرين الثالث (8 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\frac{\ln x}{x}+e$.

أ) ادرس تغيرات الدالة g .

ب) احسب $g\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+ex-e$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=cm$.

1) أ) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) عين نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (T).

5) أنشئ (T) و (C_f)

6) H الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $H(x)=x\left[(\ln x)^2+a\ln x+b\right]$ ، حيث a و b عددان حقيقيان

أ) عين a و b بحيث تكون الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$ و .

ب) احسب بـ : cm^2 المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها :

$x=\frac{1}{e}$ ، $x=1$ و $y=ex-e$.

7) لتكن K الدالة المعرفة على بـ : $K(x)=e^{2x-1}+2x^2-e$

أ) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $K(x=f(e^{2x})$. ثم استنتج أن الدالة K تكتب على شكل مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ب) باستعمال مشتقة دالة مركبة عين اتجاه تغير الدالة K ثم شكل جدول تغيراتها .

حظ سعيد للجميع **أستاذ المادة**